ΛΥΣΗ

α)Η περιοχή τύπωσης των επαγγελματικών στοιχείων είναι ορθογώνιο με διαστάσεις:

$x-\left(1+1\right)=x-2$ και

$x-\left(2+2\right)=x-4$.

Επομένως το εμβαδόν της $Ε$ εκφράζεται από τη συνάρτηση:

$Ε\left(x\right)=\left(x-2\right)\left(x-4\right)$, $5\leq x\leq 10$.

β)Έχουμε ισοδύναμα:

$Ε\left(x\right)=35$, δηλαδή

$\left(x-2\right)\left(x-4\right)=35$, οπότε

$x^{2}-6x+8=35$ και τελικά

$x^{2}-6x-27=0$ (1).

Το τριώνυμο $x^{2}-6x-27$ έχει διακρίνουσα:

$Δ=\left(-6\right)^{2}-4⋅1⋅\left(-27\right)=144>0$και συνεπώς η εξίσωση (1) έχει ρίζες τις:

$x\_{1}=\frac{-\left(-6\right)-12}{2}=\frac{-6}{2}=-3$ και

$x\_{2}=\frac{-\left(-6\right)+12}{2}=\frac{18}{2}=9$.

Επειδή $5\leq x\leq 10$, δεκτή είναι η λύση $x=9$.

Άρα σε ένα τετράγωνο χαρτόνι πλευράς $9 cm$, η περιοχή εκτύπωσης των επαγγελματικών στοιχείων έχει εμβαδόν $35 cm^{2}$.

γ)Η περιοχή τύπωσης των επαγγελματικών στοιχείων έχει εμβαδόν τουλάχιστον $24 cm^{2}$, δηλαδή $Ε\left(x\right)\geq 24$. Έχουμε ισοδύναμα:

$\left(x-2\right)\left(x-4\right)\geq 24$, οπότε

$x^{2}-6x-16\geq 0$ (2).

Το τριώνυμο $x^{2}-6x-16$έχει διακρίνουσα $Δ=\left(-6\right)^{2}-4⋅1⋅\left(-16\right)=100>0$ και ρίζες

$x\_{1}=\frac{-\left(-6\right)-10}{2}=\frac{-4}{2}=-2$ και

$x\_{2}=\frac{-\left(-6\right)+10}{2}=\frac{16}{2}=8$.

Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

Άρα η (2) αληθεύει για $x\leq -2$ ή $x\geq 8$. Επίσης $5\leq x\leq 10$, οπότε με χρήση του άξονα των πραγματικών αριθμών

 –5 –4 –3 –2 –1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 x

παρατηρούμε ότι οι κοινές λύσεις των ανισώσεων είναι: $8\leq x\leq 10$.

Άρα για $x\in \left[8,10\right]$, η περιοχή τύπωσης των επαγγελματικών στοιχείων έχει εμβαδόν τουλάχιστον $24 cm^{2}$.