ΛΥΣΗ

α) Τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f και g είναι αντίστοιχα :

Df = $R$, αφού 1+ $e^{x}$ > 0 για κάθε x ͼ ℝ.

Dg = (0, +$\infty $).

β) Df  $∩$ Dg = (0, +$\infty $).

Για κάθε x ͼ Df  $∩$ Dg = (0, +$\infty $) ορίζουμε τη συνάρτηση f + g με

(f + g) (x) = f(x) + g(x) = ln(1+ $e^{x}$) + 2lnx = ln(1+ $e^{x}$) + ln$x^{2}$ = ln[$x^{2}$ (1+ $e^{x}$) ].

γ) Για οποιαδήποτε x1, x2 ͼ (0, +$\infty $) με 0 < x1< x2 ισχύει $x\_{1}^{2}$ < $x\_{2}^{2}$ και

$ e^{x\_{1}}$ < $e^{x\_{2}}$ ή 1 + $e^{x\_{1}} $< 1 + $e^{x\_{2}}$ .

Οπότε $x\_{1}^{2}$⬝(1 + $e^{x\_{1}}$) < $x\_{2}^{2} $⬝(1 + $e^{x\_{2}}$), ως γινόμενο θετικών άρα

ln [$x\_{1}^{2}$⬝(1 + $e^{x\_{1}}$)] < ln [$x\_{2}^{2}$⬝(1 + $e^{x\_{2}}$)], άρα f(x1) < f(x2).

Συνεπώς η συνάρτηση f + g είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της
(0, +$\infty $).