

ΛΥΣΗ

α) Είναι:

$$\begin{aligned}K - \Lambda &= 2\alpha^2 + \beta^2 + 9 - 2\alpha(3 - \beta) = \\&= 2\alpha^2 + \beta^2 + 9 - (6\alpha - 2\alpha\beta) = \\&= \alpha^2 + \alpha^2 + \beta^2 + 9 - 6\alpha + 2\alpha\beta = \\&= (\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2) + (\alpha^2 - 6\alpha + 9)\end{aligned}$$

β) Ισοδύναμα και διαδοχικά ισχύει ότι:

$$\begin{aligned}K \geq \Lambda &\Leftrightarrow K - \Lambda \geq 0 \Leftrightarrow \\&\Leftrightarrow (\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2) + (\alpha^2 - 6\alpha + 9) \geq 0 \Leftrightarrow \\&\Leftrightarrow (\alpha + \beta)^2 + (\alpha - 3)^2 \geq 0\end{aligned}$$

το οποίο ισχύει για κάθε τιμή των α, β .

γ) Η ισότητα ισχύει αν και μόνο αν:

$$\begin{aligned}K = \Lambda &\Leftrightarrow K - \Lambda = 0 \Leftrightarrow \\&\Leftrightarrow (\alpha + \beta)^2 + (\alpha - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow \\&\Leftrightarrow ((\alpha + \beta)^2 = 0 \text{ και } (\alpha - 3)^2 = 0) \Leftrightarrow \\&\Leftrightarrow (\alpha + \beta = 0 \text{ και } \alpha - 3 = 0) \Leftrightarrow \\&\Leftrightarrow (\alpha = -\beta \text{ και } \alpha = 3) \Leftrightarrow \\&\Leftrightarrow (\alpha = 3 \text{ και } \beta = -3)\end{aligned}$$