ΛΥΣΗ

α) Είναι:

$$Κ-Λ=2α^{2}+β^{2}+9-2α\left(3-β\right)=$$

$$= 2α^{2}+β^{2}+9-\left(6α-2αβ\right)=$$

$$=α^{2}+α^{2}+β^{2}+9-6α+2αβ=$$

$$=\left(α^{2}+2αβ+β^{2}\right)+\left(α^{2}-6α+9\right)$$

β) Ισοδύναμα και διαδοχικά ισχύει ότι:

$$Κ\geq Λ⇔Κ-Λ\geq 0⇔$$

$$⇔\left(α^{2}+2αβ+β^{2}\right)+\left(α^{2}-6α+9\right)\geq 0⇔$$

$$⇔\left(α+β\right)^{2}+\left(α-3\right)^{2}\geq 0$$

το οποίο ισχύει για κάθε τιμή των $α,β$.

γ) Η ισότητα ισχύει αν και μόνο αν:

$$Κ=Λ⇔Κ-Λ=0⇔$$

$$⇔\left(α+β\right)^{2}+\left(α-3\right)^{2}=0⇔$$

$$⇔\left(\left(α+β\right)^{2}=0 και \left(α-3\right)^{2}=0\right)⇔$$

$$⇔\left(α+β=0 και α-3=0\right)⇔$$

$$⇔\left(α=-β και α=3\right)⇔$$

$$⇔\left(α=3 και β=-3\right)$$