ΛΥΣΗ

α) Είναι:

$$α^{2}β+αβ^{2}=20⇔αβ\left(α+β\right)=20⇔$$

$$⇔4\left(α+β\right)=20⇔α+β=5$$

β) Η ζητούμενη εξίσωση είναι της μορφής:

$$x^{2}-Sx+P=0$$

με

$$S=α+β=5 και P=α∙β=4$$

Τελικά η ζητούμενη εξίσωση είναι η:

$$x^{2}-5x+4=0$$

Το τριώνυμο $x^{2}-5x+4$ έχει $α=1, β=-5, γ=4$ και διακρίνουσα:

$$Δ=β^{2}-4αγ=\left(-5\right)^{2}-4∙1∙4=25-16=9>0$$

Οι ρίζες του τριωνύμου είναι οι:

$$x\_{1,2}=\frac{-β\pm \sqrt{Δ}}{2α}=\frac{-\left(-5\right)\pm \sqrt{9}}{2∙1}=\frac{5\pm 3}{2}=\left\{\begin{array}{c}\frac{5+3}{2}=4\\\frac{5-3}{2}=1\end{array}\right.$$