

ΛΥΣΗ

α) Το τριώνυμο $f(x) = 3x^2 + 9x - 12$ έχει $\alpha = 3, \beta = 9, \gamma = -12$ και διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 9^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-12) = 81 + 144 = 225 > 0$$

Οι ρίζες του τριωνύμου είναι:

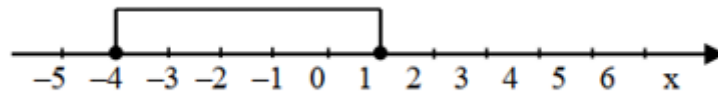
$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-9 \pm \sqrt{225}}{2 \cdot 3} = \frac{-9 \pm 15}{6} = \begin{cases} \frac{-9 + 15}{6} = 1 \\ \frac{-9 - 15}{6} = -4 \end{cases}$$

Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$
$3x^2 + 9x - 12$	+	○	○	+

Επομένως ισχύει:

$$f(x) \leq 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 9x - 12 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 1 \Leftrightarrow x \in [-4, 1]$$



β) Ο αριθμός $\sqrt[3]{2}$ είναι λύση της ανίσωσης αν και μόνο αν:

$$-4 \leq \sqrt[3]{2} \leq 1 \Leftrightarrow \sqrt[3]{2} \leq 1 \Leftrightarrow (\sqrt[3]{2})^3 \leq 1^3 \Leftrightarrow 2 \leq 1, \text{ το οποίο δεν ισχύει.}$$

Άρα ο αριθμός $\sqrt[3]{2}$ δεν είναι λύση της ανίσωσης.