ΛΥΣΗ

α) Το τριώνυμο $f\left(x\right)=3x^{2}+9x-12$ έχει $α=3, β=9, γ=-12$ και διακρίνουσα:

$$Δ=β^{2}-4αγ=9^{2}-4∙3∙\left(-12\right)=81+144=225>0$$

Οι ρίζες του τριωνύμου είναι:

$$x\_{1,2}=\frac{-β\pm \sqrt{Δ}}{2α}=\frac{-9\pm \sqrt{225}}{2∙3}=\frac{-9\pm 15}{6}=\left\{\begin{array}{c}\frac{-9+15}{6}=1\\\frac{-9-15}{6}=-4\end{array}\right.$$

Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:



Επομένως ισχύει:

$$f\left(x\right)\leq 0⇔3x^{2}+9x-12\leq 0⇔-4\leq x\leq 1⇔x\in \left[-4,1\right]$$



β) Ο αριθμός $\sqrt[3]{2}$ είναι λύση της ανίσωσης αν και μόνο αν:

$$-4\leq \sqrt[3]{2}\leq 1⇔\sqrt[3]{2}\leq 1⇔\left(\sqrt[3]{2}\right)^{3}\leq 1^{3}⇔2\leq 1, το οποίο δεν ισχύει.$$

Άρα ο αριθμός $\sqrt[3]{2}$ δεν είναι λύση της ανίσωσης.