

ΛΥΣΗ

α) Το τριώνυμο $x^2 - 4x + 3$ έχει διακρίνουσα

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 12 = 4$$

και ρίζες:

$$x_{1,2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 2}{2} = \begin{cases} \frac{4+2}{2} = 3 \\ \frac{4-2}{2} = 1 \end{cases}$$

Το πρόσημο του τριωνύμου για τις διάφορες τιμές του x φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$x^2 - 4x + 3$	+	0	-	0	+

Από τον πίνακα προσήμων συμπεραίνουμε ότι:

$$x^2 - 4x + 3 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 3.$$

β) Για να είναι ο $\frac{\alpha+\beta}{2}$ λύση της ανίσωσης (1) αρκεί να δείξουμε $1 < \frac{\alpha+\beta}{2} < 3$. Έχουμε ότι:

$$\left. \begin{array}{l} 1 < \alpha < 3 \\ 1 < \beta < 3 \end{array} \right\} \xrightarrow{(+)} 2 < \alpha + \beta < 6 \xrightarrow{(:2)} 1 < \frac{\alpha + \beta}{2} < 3.$$