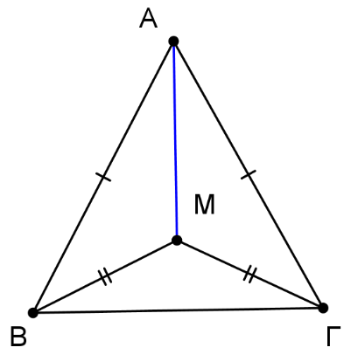
ΛΥΣΗ

Έστω ΑΒΓ ισοσκελές τρίγωνο με ΑΒ = ΑΓ, σημείο Μ εσωτερικό του τριγώνου τέτοιο ώστε ΜΒ = ΜΓ.



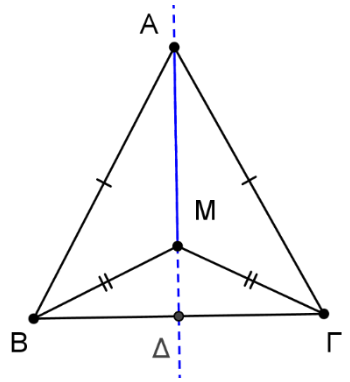
α) Φέρουμε το τμήμα ΑΜ.

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΒΑΜ και ΜΑΓ τα οποία έχουν:

- ΑΜ κοινή πλευρά,
- ΑΒ = ΑΓ, από υπόθεση
- ΜΒ = ΜΓ, από υπόθεση

Οπότε τα τρίγωνα ΒΑΜ και ΜΑΓ είναι ίσα, γιατί έχουν τρείς πλευρές τους ίσες μία προς μία (ΠΠΠ).

β) Έστω Δ το σημείο στο οποίο η ευθεία ΑΝ τέμνει την πλευρά ΒΓ.



Επειδή τα τρίγωνα ΒΑΜ και ΜΑΓ είναι ίσα θα είναι ίσες και οι γωνίες που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες πλευρές ΑΒ και ΑΓ, δηλαδή ισχύει $Α\widehat{Μ}Β = Α\widehat{Μ}Γ$ (1), οπότε και $Β\widehat{Μ}Δ = Δ\widehat{Μ}Γ$ (2) ως παραπληρωματικές των ίσων γωνιών $Α\widehat{Μ}Β$ και $Α\widehat{Μ}Γ$ της σχέσης (1).

Από την (2) συμπεραίνουμε ότι η ΑΜ διχοτομεί τη γωνία $Β\widehat{Μ}Γ$.