

ΛΥΣΗ

α) Τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma\Delta$ έχουν:

- $AB = A\Gamma$, από υπόθεση
- $A\Delta$ κοινή πλευρά
- $\widehat{B\Delta A} = \widehat{\Gamma\Delta A}$, ως άθροισμα των ίσων γωνιών $\hat{\alpha} = \hat{\delta}$ και $\hat{\beta} = \hat{\gamma}$.

Οπότε τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma\Delta$ έχουν δυο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες (ΠΓΠ), άρα είναι ίσα.

β) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $E\Delta A$ και $Z\Delta A$, τα οποία έχουν:

- $\hat{\beta} = \hat{\gamma}$, από υπόθεση
- $A\Delta$ κοινή πλευρά
- $\widehat{E\Delta A} = \widehat{Z\Delta A}$, γιατί τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma\Delta$ είναι ίσα, οπότε απέναντι από τις ίσες πλευρές τους AB και $A\Gamma$ οι αντίστοιχες γωνίες θα είναι ίσες, δηλαδή οι $\widehat{B\Delta A}$ και $\widehat{\Gamma\Delta A}$ ή οι $\widehat{E\Delta A}$ και $\widehat{Z\Delta A}$.

Οπότε τα τρίγωνα $E\Delta A$ και $Z\Delta A$ έχουν μια πλευρά και τις προσκείμενες σε αυτή γωνίες είναι ίσες μία προς μία (ΓΠΓ), άρα είναι ίσα, οπότε θα είναι ίσες και οι οι γωνίες που βρίσκονται απέναντι από την κοινή τους πλευρά $A\Delta$, δηλαδή $\hat{\epsilon} = \hat{\zeta}$.

