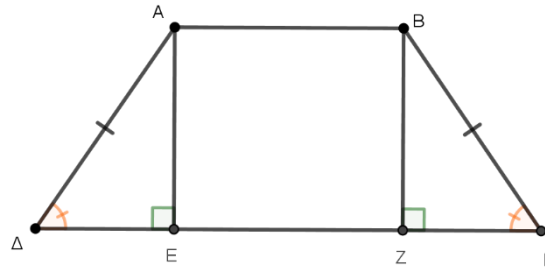


ΛΥΣΗ

α)

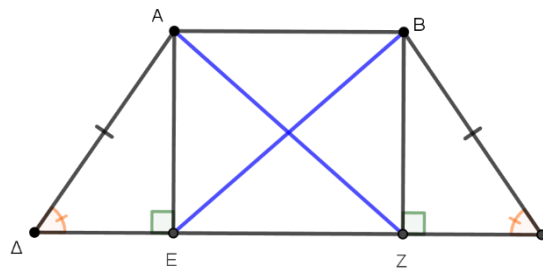


Τα τρίγωνα ΑΕΔ και ΒΖΓ έχουν:

- $\widehat{A\hat{E}D} = \widehat{B\hat{Z}G} = 90^\circ$, αφού τα ΑΕ και ΒΖ είναι κάθετα τμήματα στη ΔΓ.
- $AD = B\Gamma$, ως οι ίσες μη παράλληλες πλευρές του ισοσκελούς τραπεζίου ΑΒΓΔ.
- $\widehat{\Gamma} = \widehat{\Delta}$, ως γωνίες στη βάση ΔΓ του ισοσκελούς τραπεζίου ΑΒΓΔ.

Άρα, τα τρίγωνα είναι ίσα ως ορθογώνια που έχουν τις υποτεινουσές τους και μια οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες μία προς μία. Επομένως, θα έχουν και τις τρίτες γωνίες τους $\widehat{\Delta\hat{A}E}$ και $\widehat{Z\hat{B}G}$ ίσες, οπότε και οι απέναντί τους κάθετες πλευρές θα είναι ίσες, δηλαδή $DE = ΓΖ$.

β) Φέρνουμε τα τμήματα ΑΖ και ΒΕ.



Αφού το ΑΕ είναι κάθετο τμήμα στη ΔΓ, τότε θα είναι κάθετο και στην παράλληλη της ΔΓ, την ΑΒ, οπότε θα είναι $\widehat{E\hat{A}B} = 90^\circ$. Άρα, το τετράπλευρο ΑΕΖΒ είναι ορθογώνιο γιατί έχει τρεις γωνίες ορθές ($\widehat{E\hat{A}B} = \widehat{A\hat{E}Z} = \widehat{E\hat{Z}B} = 90^\circ$). Επειδή τα ΑΖ και ΒΕ είναι διαγώνιοι του ορθογωνίου ΑΕΖΒ θα ισχύει ότι $AZ = BE$.