

ΛΥΣΗ

α) Είναι $x > 0$, ο αριθμός των ραφτών (άνδρες και γυναίκες) που θα απασχοληθούν για τη διεκπεραίωση της παραγγελίας. Εφόσον σε μία ώρα κάθε ράφτης (άνδρας ή γυναίκα) ράβει 6 παντελόνια, οι x ράφτες σε μία ώρα θα έχουν ράψει $6x$ παντελόνια. Άρα για τα 600 παντελόνια θα χρειαστούν $\frac{600}{6x} = \frac{100}{x}$ ώρες. Το κόστος

για την παραγωγή των 600 παντελονιών επιμερίζεται όπως αναφέρεται παρακάτω.

Κόστος εργασίας των x ραφτών:

$$(\text{αμοιβή ανά ώρα όλων των ραφτών}) \cdot (\text{ώρες εργασίας}) = (12x) \cdot \left(\frac{100}{x}\right) = 1200.$$

Κόστος εργασίας της επιστάτριας:

$$(\text{αμοιβή ανά ώρα}) \cdot (\text{ώρες εργασίας}) = 20 \cdot \frac{100}{x} = \frac{2000}{x}.$$

Κόστος ασφαλιστικών εισφορών:

$$(\text{πλήθος εργαζομένων}) \cdot (\text{ασφαλιστική εισφορά κατ' άτομο}) = (x+1) \cdot 20 = 20x + 20.$$

Επομένως το συνολικό κόστος είναι:

$$K(x) = 1200 + \frac{2000}{x} + 20x + 20 \text{ ή } K(x) = 20x + \frac{2000}{x} + 1220 \text{ ευρώ με } x > 0.$$

β) Για $x > 0$ η $K(x)$ είναι παραγωγίσιμη με

$$K'(x) = \left(20x + \frac{2000}{x} + 1220\right)' = 20 - \frac{2000}{x^2} = \frac{20x^2 - 2000}{x^2} = \frac{20(x^2 - 100)}{x^2}.$$

$$\text{Είναι: } K'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 100 = 0 \stackrel{x>0}{\Leftrightarrow} x = 10 \text{ και } K'(x) > 0 \Leftrightarrow x^2 - 100 > 0 \stackrel{x>0}{\Leftrightarrow} x > 10,$$

Οπότε για τη συνάρτηση $K(x)$ έχουμε τον παρακάτω πίνακα μεταβολών.

x		0	10	$+\infty$
K'			- 0 +	
K			↘ ↗	
			O.E	

Από τον οποίο συμπεραίνουμε ότι για $x = 10$ η $K(x)$ παίρνει την ελάχιστη τιμή.

Επομένως, αν οι ιδιοκτήτες της βιοτεχνίας απασχολήσουν 10 ράφτες (άνδρες και γυναίκες), θα πετύχουν το ελάχιστο κόστος.

γ) Λόγω των ερωτημάτων (α), (β) το ελάχιστο κόστος είναι:

$$K(10) = 20 \cdot 10 + \frac{2000}{10} + 1220 = 200 + 200 + 1220 = 1620 \text{ ευρώ.}$$

δ) Λόγω των ερωτημάτων (α), (β), ο χρόνος που θα απαιτηθεί για τους 10 ράφτες για να φέρουν σε πέρας την παραγγελία, σε μία ημέρα είναι: $\frac{100}{10} = 10$ ώρες. Επομένως οι 10 ράφτες (άνδρες και γυναίκες), πέραν του οκταώρου θα χρειαστεί να δουλέψουν υπερωρία για 2 επιπλέον ώρες.