ΛΥΣΗ

α) Η συνάρτηση f είναι δυο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με:

$f'(x)=(2x^3-15x^2+24x)'=6x^2-30x+24$ και $f''(x)=(6x^2-30x+24)'=12x-30$.

Επίσης $f'(x)=0 \Leftrightarrow 6(x^2-5x+4)=0 \Leftrightarrow x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow x=1 \text{ ή } x=4$

και $f''(x)=0 \Leftrightarrow 12x-30=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{30}{12}=\dfrac{5}{2}$.

β) Λόγω του ερωτήματος (α) είναι: $f'(x)>0 \Leftrightarrow x<1 \text{ ή } x>4$ οπότε έχουμε τον παρακάτω πίνακα μεταβολών:

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
f'		+	0	−	0	+	
f		↗	Τ.Μ	↘	Τ.Ε	↗	

Επομένως η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty,\ 1],\ [4,\ +\infty)$ και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[1,\ 4]$.

Στο $x_1=1$ εμφανίζει τοπικό μέγιστο το $f(x_1)=f(1)=11$ και στο $x_2=4$ εμφανίζει τοπικό ελάχιστο το $f(x_2)=f(4)=-16$.

γ) Λόγω του ερωτήματος (α) είναι: $f''(x)>0 \Leftrightarrow x>\dfrac{5}{2}$ οπότε έχουμε τον παρακάτω πίνακα μεταβολών:

x	$-\infty$		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$f''(x)$		−	0	+	
$f(x)$		$\frown$	Σ.Κ	$\smile$	

Επομένως η f είναι κοίλη στο διάστημα $(-\infty,\ \frac{5}{2}]$ και κυρτή στο διάστημα $[\frac{5}{2},\ +\infty)$.

Επίσης στο $x_3=\dfrac{5}{2}$ η f εμφανίζει σημείο καμπής.