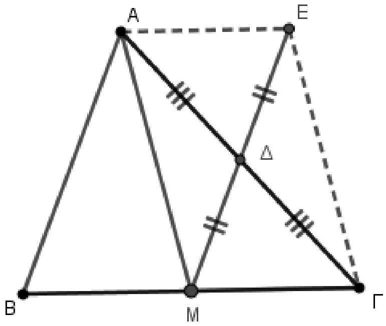
ΛΥΣΗ

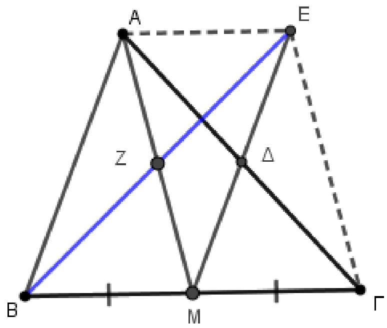
Έστω τρίγωνο ΑΒΓ, ΑΜ διάμεσός του στην πλευρά του ΒΓ, ΜΔ η διάμεσος στην πλευρά ΑΓ του τριγώνου ΑΜΓ και σημείο Ε στην προέκτασή της ΜΔ προς το Δ τέτοιο ώστε ΜΔ=ΔΕ.




**α)** Στο τετράπλευρο ΑΜΓΕ τα ΑΓ, ΜΕ είναι διαγώνιοί του.

Επειδή είναι ΜΔ = ΔΕ (υπόθεση) και ΑΔ = ΔΓ αφού η ΜΔ είναι διάμεσος του τριγώνου ΑΜΓ, έχουμε ότι στο τετράπλευρο ΑΜΓΕ οι διαγώνιοί του ΜΕ, ΑΓ διχοτομούνται στο Δ. Άρα το τετράπλευρο ΑΜΓΕ είναι παραλληλόγραμμο με κέντρο το Δ.

**β)**




Επειδή το ΑΜΓΕ είναι παραλληλόγραμμο θα ισχύει ότι οι απέναντι πλευρές του θα είναι ίσες και παράλληλες, δηλαδή ΑΕ = ΜΓ και ΑΕ // ΜΓ.

Επειδή είναι ΑΕ // ΜΓ και τα σημεία Β, Μ, Γ είναι συνευθειακά, τότε θα είναι ΑΕ // ΒΜ.

Επειδή είναι ΑΕ = ΜΓ και ΜΓ = ΜΒ, αφού η ΑΜ είναι διάμεσος του τριγώνου ΑΒΓ (υπόθεση), τότε θα είναι ΑΕ = ΒΜ.

Οπότε, το τετράπλευρο ΑΕΜΒ είναι παραλληλόγραμμο γιατί έχει δυο απέναντι πλευρές του, τις ΑΕ και ΒΜ, παράλληλες και ίσες.

Άρα, οι διαγώνιοί του ΑΜ και ΒΕ θα διχοτομούνται και έστω Ζ το κέντρο του. Επομένως, η ΒΕ διέρχεται από το μέσο Ζ της ΑΜ.