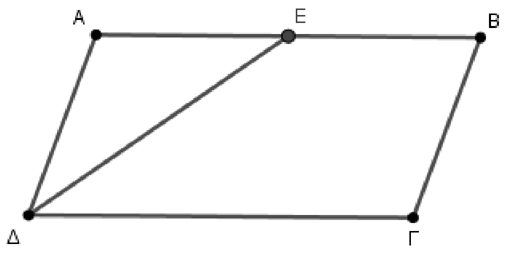
ΛΥΣΗ

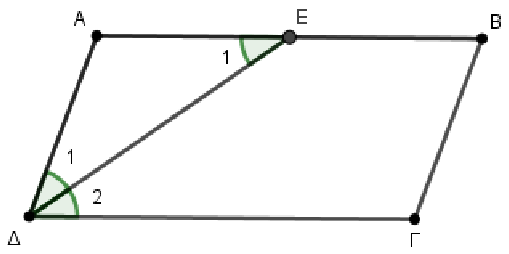
Έστω παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με ΑΒ= 2 ΒΓ και Ε μέσο της πλευράς του ΑΒ. Θεωρούμε το τμήμα ΔΕ.



α) Επειδή το Ε είναι μέσο της πλευράς ΑΒ, είναι ΑΕ = $\frac{\mathrm{AB}}{2}$ και αφού ΑΒ = 2ΒΓ από υπόθεση τότε ΑΕ = $\frac{2\mathrm{B\Gamma}}{2}$, άρα ΑΕ =ΒΓ. Οπότε θα είναι ΑΕ = ΒΓ = ΑΔ αφού ΒΓ =ΑΔ ως απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.

Οπότε, το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές με ίσες πλευρές τις ΑΔ και ΑΕ.

β)



Αφού το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο τότε ΑΒ//ΔΓ.

Επειδή το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές με βάση την ΔΕ, θα είναι $\widehat{\Delta}_1$ = $\widehat{\mathrm{E}}_1$ (1) ως γωνίες προσκείμενες στη βάση ΔΕ του ισοσκελούς.

Όμως $\widehat{\Delta}_2$ = $\widehat{\mathrm{E}}_1$ (2) ως γωνίες εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΑΒ και ΓΔ που τέμνονται από την ΔΕ.

Από τις σχέσεις (1), (2) έχουμε $\widehat{\Delta}_1$ = $\widehat{\Delta}_2$, άρα η ΔΕ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{\Delta}$.