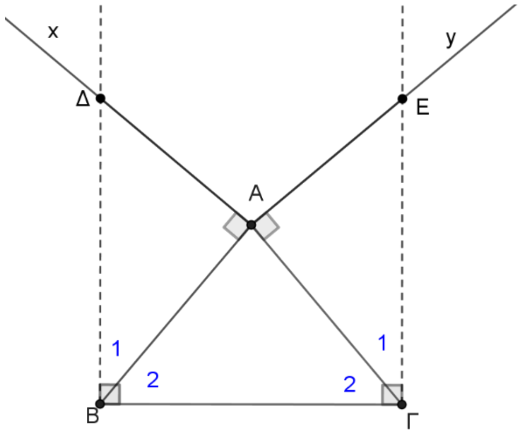
ΛΥΣΗ

α)



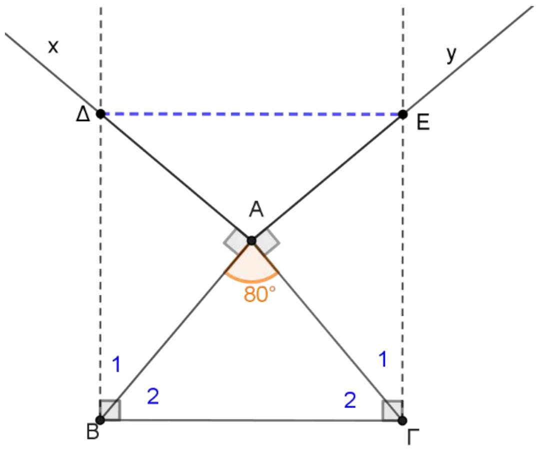
Αφού από υπόθεση είναι ΒΔ, ΓΕ κάθετες στη ΒΓ, τότε $\Delta\widehat{B}\Gamma = E\widehat{\Gamma}B = 90°$.

Τα τρίγωνα ΑΔΒ και ΑΕΓ έχουν:

- $B\widehat{A}\Delta = \Gamma\widehat{A}E = 90°$ γιατί $Ax \perp AB$ και $Ay \perp A\Gamma$ από υπόθεση
- ΑΒ = ΑΓ από υπόθεση
- $\widehat{B}_1 = \widehat{\Gamma}_1$ ως συμπληρωματικές των ίσων γωνιών $\widehat{B}_2$, $\widehat{\Gamma}_2$ του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ της υπόθεσης

Άρα τα τρίγωνα ΑΔΒ και ΑΕΓ είναι ίσα ως ορθογώνια που έχουν μια κάθετη πλευρά και την προσκείμενη σε αυτήν την πλευρά οξεία γωνία ίσες μία προς μία. Οπότε έχουν και ΒΔ = ΓΕ ως πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $B\widehat{A}\Delta$ και $\Gamma\widehat{A}E$ αντίστοιχα.

β)



Είναι $B\widehat{A}\Gamma + \Gamma\widehat{A}E + \Delta\widehat{A}E + \Delta\widehat{A}B = 360°$, οπότε $80° + 90° + \Delta\widehat{A}E + 90° = 360°$.

Άρα $\Delta\widehat{A}E = 100°$.

Επειδή τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΕ είναι ίσα θα ισχύει ότι ΑΔ = ΑΕ ως πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{B}_1$ και $\widehat{\Gamma}_1$ αντίστοιχα.

Οπότε το τρίγωνο ΔΑΕ είναι ισοσκελές με βάση ΔΕ άρα θα είναι $A\widehat{\Delta}E = A\widehat{E}\Delta$ ως προσκείμενες στη βάση του ισοσκελούς γωνίες.

Για τις γωνίες του τριγώνου ΔΑΕ θα ισχύει $\Delta\widehat{A}E + A\widehat{\Delta}E + A\widehat{E}\Delta = 180^o$ και αφού

$A\widehat{\Delta}E = A\widehat{E}\Delta$ και $\Delta\widehat{A}E = 100^o$ τότε θα έχουμε $100^o + 2A\widehat{\Delta}E = 180^o$.

Άρα $A\widehat{\Delta}E = 40^o = A\widehat{E}\Delta$.