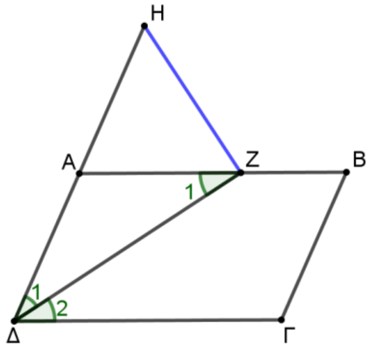
ΛΥΣΗ

Έστω ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο, τμήμα ΑΗ στην προέκταση της ΔΑ τέτοιο ώστε ΑΗ=ΔΑ και ΔΖ διχοτόμος της $\widehat{\Delta}$.



α) Είναι $\widehat{\Delta}_2 = \hat{Z}_1$ ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΑΒ, ΓΔ που τέμνονται από την ΔΖ. Επίσης $\widehat{\Delta}_1 = \widehat{\Delta}_2$ αφού ΔΖ διχοτόμος της γωνίας Δ. Άρα $\widehat{\Delta}_1 = \hat{\mathrm{Z}}_1$, οπότε το τρίγωνο ΑΔΖ είναι ισοσκελές με ΑΔ=ΑΖ.

β) Από το α) ερώτημα είναι ΔΑ = ΑΖ. Όμως ΑΗ = ΔΑ, από υπόθεση, άρα ΖΑ = ΑΔ = ΑΗ = $\frac{\mathrm{\Delta H}}{2}$. Δηλαδή, στο τρίγωνο ΔΖΗ η διάμεσος του ΖΑ είναι ίση με το μισό της πλευράς στην οποία αντιστοιχεί, οπότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την ΔΗ, επομένως $\hat{\mathrm{Z}} = 90^{o}$.