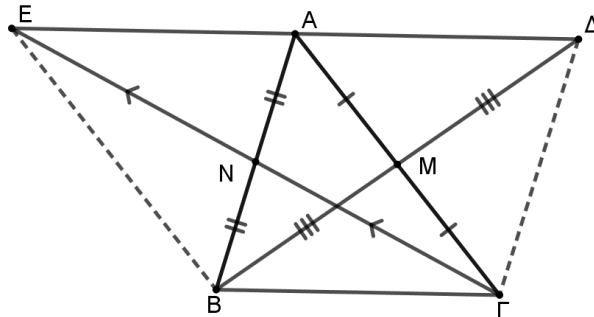


ΛΥΣΗ

Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$, οι διάμεσοί του BM , ΓN και οι προεκτάσεις τους $M\Delta$, NE τέτοιες ώστε $M\Delta=BM$ και $NE=\Gamma N$.



α) Επειδή $M\Delta = BM$ από κατασκευή και $AM = M\Gamma$ αφού BM διάμεσος, οι διαγώνιοι $B\Delta$, $A\Gamma$ του τετράπλευρου $AB\Gamma\Delta$ διχοτομούνται, οπότε είναι παραλληλόγραμμο. Άρα $A\Delta // B\Gamma$ ως απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου.

Επειδή $\Gamma N = NE$ από κατασκευή και $AN = NB$ αφού ΓN διάμεσος, οι διαγώνιοι ΓE , AB του τετράπλευρου $A\Gamma B E$ διχοτομούνται, οπότε είναι παραλληλόγραμμο. Άρα $A E // B\Gamma$ ως απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου.

β) Από το α) ερώτημα αποδείχθηκε ότι από το σημείο A διέρχονται τα τμήματα $A E$ και $A\Delta$ που είναι παράλληλα στη $B\Gamma$. Όμως επειδή από ένα σημείο εκτός ευθείας διέρχεται μοναδική παράλληλη σ' αυτήν, συμπεραίνουμε ότι τα τμήματα $A\Delta$ και $A E$ έχουν τον ίδιο φορέα, δηλαδή τα σημεία E , A και Δ είναι συνευθειακά.