ΘΕΜΑ 4

Δίνεται το τριώνυμο

$$f\left(x\right)=x^{2}-x+\left(λ-λ^{2}\right), λ\in R.$$

α) Να βρείτε τη διακρίνουσα $Δ$ του τριωνύμου και να αποδείξετε ότι το τριώνυμο έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $λ\in R$.

(Μονάδες 10)

β) Για ποια τιμή του $λ$ το τριώνυμο έχει δύο ίσες ρίζες;

(Μονάδες 6)

γ) Αν $λ\ne \frac{1}{2}$ και $x\_{1}, x\_{2}$ οι ρίζες του παραπάνω τριωνύμου με $x\_{1}<x\_{2}$, τότε:

1. να αποδείξετε ότι $x\_{1}<\frac{x\_{1}+x\_{2}}{2}<x\_{2}$,

(Μονάδες 4)

1. να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου και να διατάξετε από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο τους αριθμούς:

$$f\left(x\_{2}\right), f\left(\frac{x\_{1}+x\_{2}}{2}\right),f\left(x\_{2}+1\right).$$

(Μονάδες 5)