ΛΥΣΗ

α) Το τριώνυμο $f(x) = 3x^2 + \kappa x - 4$ έχει διακρίνουσα:

$\Delta = \kappa^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-4) = \kappa^2 + 48 > 0$, για κάθε $\kappa \in \mathbb{R}$

Άρα το τριώνυμο έχει για οποιαδήποτε τιμή του κ δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

β) Για το γινόμενο των ριζών έχουμε:

$$P = x_1 x_2 = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{-4}{3} < 0.$$

Άρα, οι ρίζες είναι ετερόσημες.

γ) Επειδή $x_1 < x_2$ και οι ρίζες είναι ετερόσημες, ισχύει ότι:

$$x_1 < 0 < x_2.$$

Επίσης είναι $\alpha < x_1$ και $x_2 < \beta$. Άρα:

$$\alpha < 0 \text{ και } 0 < \beta. \quad (1)$$

Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$3x^2 + \kappa x - 4$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Από τον πίνακα προσήμου συμπεραίνουμε ότι:

$$\alpha < x_1 \Rightarrow f(\alpha) > 0 \text{ και } x_2 < \beta \Rightarrow f(\beta) > 0 \quad (2)$$

Από τις ανισώσεις (1) και (2) βρίσκουμε ότι:

$$\alpha \cdot f(\alpha) \cdot \beta \cdot f(\beta) < 0.$$