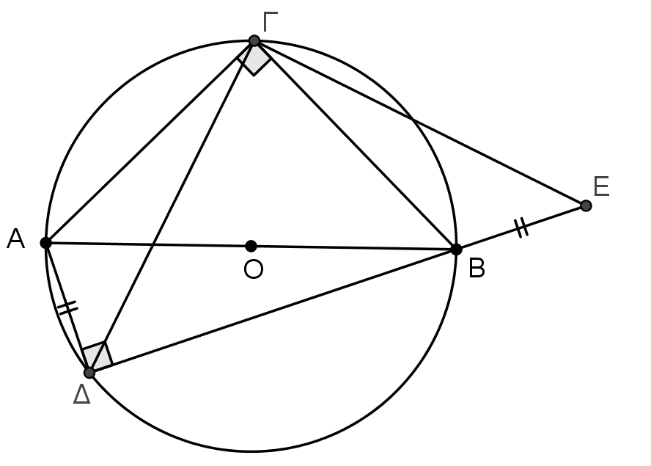
ΛΥΣΗ

**α)**



1. Για τις γωνίες του τετραπλεύρου ΓΑΔΒ ισχύει ότι:

ΓΔ + ΑΒ + ΔΓ + ΑΒ = 3600 και αφού ΑΒ = ΑΒ = 900 τότε ΓΔ + ΔΓ = 1800,

οπότε ΓΔ = 1800 - ΔΓ (1) .

Η ΓΕ είναι παραπληρωματική γωνία της ΔΓ, οπότε ΓΕ = 1800 - ΔΓ (2).

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι ΓΔ = ΓΕ.

1. Τα τρίγωνα ΑΔΓ και ΒΕΓ έχουν:

* AΔ = BΕ, από υπόθεση
* ΑΓ = ΓΒ ως ίσες χορδές των ίσων τόξων ΑΓ και ΓΒ αφού το Γ είναι μέσο του τόξου ΑΒ.
* ΓΔ = ΓE από α) ερώτημα

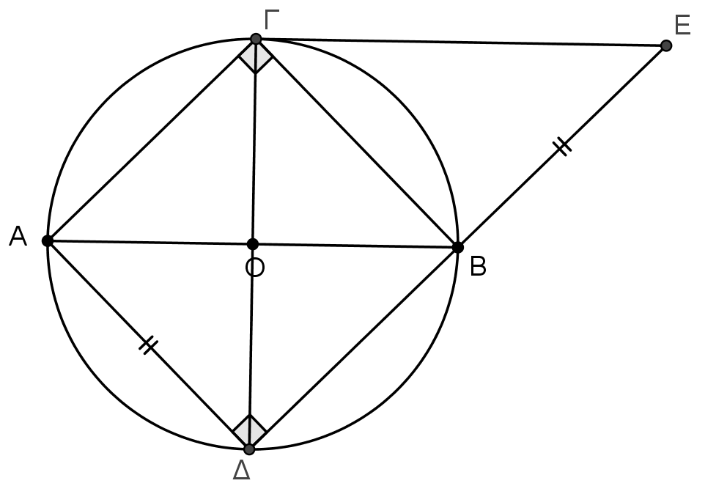
Άρα τα τρίγωνα ΑΔΓ και ΒΕΓ είναι ίσα γιατί έχουν δυο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες (Π-Γ-Π).

1. Επειδή τα τρίγωνα ΑΔΓ και ΒΕΓ είναι ίσα, προκύπτει ότι ΑΔ = ΒΕ γιατί είναι γωνίες που

βρίσκονται απέναντι από τις ίσες πλευρές ΑΔ και ΒΕ αντίστοιχα.

Τότε: ΔΕ = ΔΒ + ΒΕ = ΔΒ + ΑΔ = ΑΒ = 90ο, άρα ΓΔ ⊥ ΓΕ.

**β)**



Όταν το Δ είναι αντιδιαμετρικό του Γ, τότε από το **α)iii.** ερώτημα είδαμε ότι ΓΔ⊥ΓΕ ή ΟΓ⊥ΓΕ αφού ΓΔ διάμετρος και ΟΓ ακτίνα του κύκλου. Δηλαδή για την ακτίνα ΟΓ ισχύει ότι είναι κάθετη στο τμήμα ΓΕ, οπότε η ΓΕ είναι εφαπτομένη του κύκλου.