ΛΥΣΗ

**α)**



1. Για τις γωνίες του τετραπλεύρου ΓΑΔΒ ισχύει ότι:

Γ$\hat{Α}$Δ + Α$\hat{Δ}$Β + Δ$\hat{Β}$Γ + Α$\hat{Γ}$Β = 3600 και αφού Α$\hat{Γ}$Β = Α$\hat{Δ}$Β = 900 τότε Γ$\hat{Α}$Δ + Δ$\hat{Β}$Γ = 1800,

οπότε Γ$\hat{Α}$Δ = 1800 - Δ$\hat{Β}$Γ (1) .

Η Γ$\hat{Β}$Ε είναι παραπληρωματική γωνία της Δ$\hat{Β}$Γ, οπότε Γ$\hat{Β}$Ε = 1800 - Δ$\hat{Β}$Γ (2).

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι Γ$\hat{Α}$Δ = Γ$\hat{Β}$Ε.

1. Τα τρίγωνα ΑΔΓ και ΒΕΓ έχουν:
* AΔ = BΕ, από υπόθεση
* ΑΓ = ΓΒ ως ίσες χορδές των ίσων τόξων ΑΓ και ΓΒ αφού το Γ είναι μέσο του τόξου ΑΒ.
* Γ$\hat{Α}$Δ = Γ$\hat{Β}$E από α) ερώτημα

Άρα τα τρίγωνα ΑΔΓ και ΒΕΓ είναι ίσα γιατί έχουν δυο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες (Π-Γ-Π).

1. Επειδή τα τρίγωνα ΑΔΓ και ΒΕΓ είναι ίσα, προκύπτει ότι Α$\hat{Γ}$Δ = Β$\hat{Γ}$Ε γιατί είναι γωνίες που

βρίσκονται απέναντι από τις ίσες πλευρές ΑΔ και ΒΕ αντίστοιχα.

Τότε: Δ$\hat{Γ}$Ε = Δ$\hat{Γ}$Β + Β$\hat{Γ}$Ε = Δ$\hat{Γ}$Β + Α$\hat{Γ}$Δ = Α$\hat{Γ}$Β = 90ο, άρα ΓΔ ⊥ ΓΕ.

**β)**



Όταν το Δ είναι αντιδιαμετρικό του Γ, τότε από το **α)iii.** ερώτημα είδαμε ότι ΓΔ⊥ΓΕ ή ΟΓ⊥ΓΕ αφού ΓΔ διάμετρος και ΟΓ ακτίνα του κύκλου. Δηλαδή για την ακτίνα ΟΓ ισχύει ότι είναι κάθετη στο τμήμα ΓΕ, οπότε η ΓΕ είναι εφαπτομένη του κύκλου.