

ΛΥΣΗ

α) Το τετράγωνο ΘΜΕΔ έχει πλευρά $x > 0$ (1).

Το εμβαδόν του $E_1 = x^2$.

Το τετράγωνο ΗΒΖΜ έχει πλευρά $(3-x) > 0 \Leftrightarrow x < 3$ (2).

Το εμβαδόν του είναι $E_2 = (3-x)^2$.

Άρα το συνολικό εμβαδόν E ως συνάρτηση του x είναι:

$$E(x) = E_1 + E_2 = x^2 + (3-x)^2 = 2x^2 - 6x + 9.$$

Από (1) και (2), το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $E(x)$ είναι $A = (0,3)$.

β) Έχουμε:

$$E(x) \geq \frac{9}{2} \Leftrightarrow$$

$$2x^2 - 6x + 9 \geq \frac{9}{2} \Leftrightarrow$$

$$4x^2 - 12x + 9 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$(2x-3)^2 \geq 0, \text{ που ισχύει για κάθε } x \in (0,3).$$

γ) Έχουμε:

$$E(x) = \frac{9}{2} \Leftrightarrow$$

$$(2x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$2x-3 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{3}{2}$$

Το εμβαδόν γίνεται ελάχιστο αν και μόνο αν $x = \frac{3}{2}$, δηλαδή αν και μόνο αν το σημείο E

είναι μέσο της $\Delta\Gamma$. Στο $\Delta B\Gamma$ τρίγωνο έχουμε:

E μέσο της $\Delta\Gamma$ και $ME // B\Gamma$, οπότε και M θα είναι μέσο της $B\Delta$.