ΛΥΣΗ

α) Είναι:

$|2x-5| \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq 2x-5 \leq 3 \Leftrightarrow 2 \leq 2x \leq 8 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 4$.

β) Το τριώνυμο $2x^2 - x - 1$ έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-1)^2 - 4\cdot 2\cdot(-1) = 1+8 = 9 > 0$$

και ρίζες τις:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-1)\pm\sqrt{9}}{2\cdot 2} = \frac{1\pm 3}{4} = \begin{cases} \frac{4}{4} = 1 \\ \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

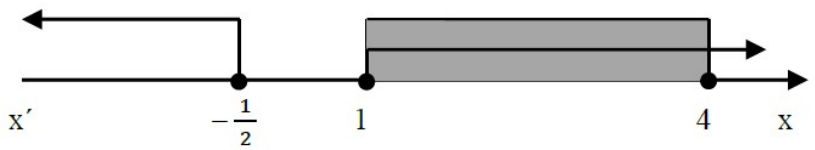
Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$2x^2 - x - 1$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Επομένως ισχύει:

$$2x^2 - x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \left\{x \leq -\tfrac{1}{2} \text{ ή } x \geq 1\right\}.$$

γ) Παριστάνουμε τις λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) στον ίδιο άξονα αριθμών:



Όπως φαίνεται από το σχήμα, οι κοινές λύσεις των δύο ανισώσεων είναι:

$$1 \leq x \leq 4 \Leftrightarrow x \in [1,4].$$