

α) Είναι:

$$\begin{aligned} A+B &= \frac{1}{3-\sqrt{7}} + \frac{1}{3+\sqrt{7}} = \\ &= \frac{3+\sqrt{7}}{(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7})} + \frac{3-\sqrt{7}}{(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7})} \\ &= \frac{3-\sqrt{7}+3+\sqrt{7}}{(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7})} \\ &= \frac{6}{3^2-(\sqrt{7})^2} \\ &= \frac{6}{9-7} = \frac{6}{2} = 3. \end{aligned}$$

Ισχύει ότι:

$$A \cdot B = \frac{1}{3-\sqrt{7}} \cdot \frac{1}{3+\sqrt{7}} = \frac{1}{(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7})} = \frac{1}{3^2-(\sqrt{7})^2} = \frac{1}{9-7} = \frac{1}{2}.$$

β) Η ζητούμενη εξίσωση είναι της μορφής:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

με

$$S = A + B = 3 \text{ και } P = A \cdot B = \frac{1}{2}.$$

Τελικά μια ζητούμενη εξίσωση είναι η:

$$x^2 - 3x + \frac{1}{2} = 0.$$