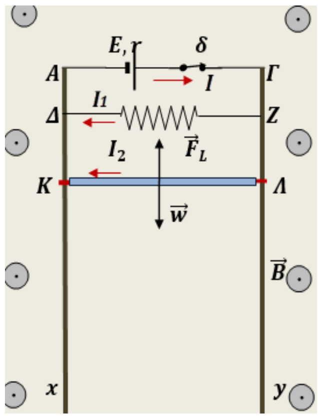
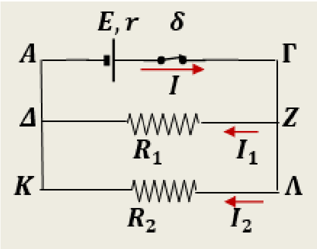
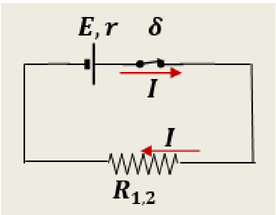
ΘΕΜΑ 4



4.1Αρχικά η ράβδος $ΚΛ$ ισορροπεί ακίνητη με την επίδραση του βάρους της και της δύναμης Laplace που δέχεται από το μαγνητικό πεδίο. Το μέτρο της δύναμης αυτής για το συγκεκριμένο αγωγό (ράβδο), στο συγκεκριμένο μαγνητικό πεδίο καθορίζεται από την ένταση (I_2) του ρεύματος που τον διαρρέει. Για τον υπολογισμό της έντασης αυτού του ρεύματος, κατασκευάζουμε το ηλεκτρικό κύκλωμα, στο οποίο οι δύο αντιστάσεις R_1, R_2και η ηλεκτρική πηγή E, r έχουν κοινούς ακροδέκτες, κοινή τάση, δηλαδή είναι συνδεδεμένες παράλληλα. Αντικαθιστούμε τις δύο αντιστάσεις, από την ισοδύναμή τους $R_{1,2}$, η οποία είναι:





$$R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 2\,\Omega$$

Στο ισοδύναμο αυτό κύκλωμα, εφαρμόζουμε το νόμο του Ohm

$$I = \frac{E}{r + R_{1,2}} = 3\text{ A}$$

Η τάση στα άκρα της ισοδύναμης αντίστασης $R_{1,2}$, άρα και στα άκρα κάθε μιας από τις δύο αντιστάσεις R_1, R_2του αρχικού κυκλώματος, είναι:

$$V = I \cdot R_{1,2} = 6\text{ V}$$

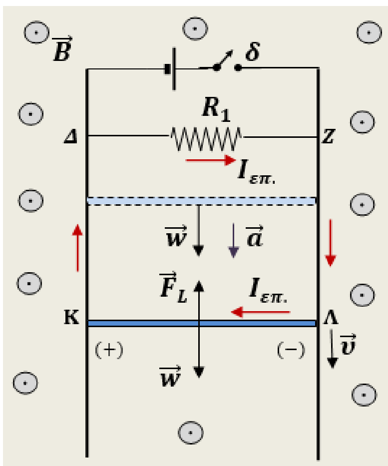
και η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τη ράβδο, είναι:

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = 2\text{ A}$$

Από την αρχική ισορροπία της ράβδου, προκύπτει:

$$F_L = w\,,\quad \text{ή}\quad B \cdot I_2 \cdot l = m \cdot g\,,\qquad ά\rho\alpha\quad \boldsymbol{B} = \frac{m \cdot g}{I_2 \cdot l} = \mathbf{2\ T}$$

Μονάδες 6



4.2.Με το άνοιγμα του διακόπτη δ, διακόπτεται το ηλεκτρικό ρεύμα στο κύκλωμα. Ακριβώς εκείνη τη στιγμή, η ράβδος $ΚΛ$ δέχεται μόνο το βάρος της και αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω με επιτάχυνση της βαρύτητας ($\vec{g}$), ολισθαίνοντας χωρίς τριβές πάνω στις κατακόρυφες ράβδους $Αx$, $Γy$, παραμένοντας συνεχώς οριζόντια. Έτσι, όμως, μεταβάλλεται το εμβαδό του πλαισίου ΔΖΛΚ και, συνεπώς, η μαγνητική ροή που το διαπερνά. Δημιουργείται φαινόμενο ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής, οπότε στο νέο κύκλωμα (όπου οι αντιστάσεις R_1 και R_2 είναι πλέον συνδεδεμένες σε σειρά), αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή ανάλογη με το μέτρο της ταχύτητας της ράβδου:

$$E_{\varepsilon\pi.} = B \cdot \upsilon \cdot l$$

Παράγεται λοιπόν ηλεκτρικό ρεύμα έντασης

$$I_{\varepsilon\pi.} = \frac{E_{\varepsilon\pi.}}{R_1+R_2} = \frac{B\cdot\upsilon\cdot l}{R_1+R_2}.$$

Η φορά του επαγωγικού ρεύματος είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα. Εξαιτίας του, η ράβδος $K\Lambda$ δέχεται δύναμη Laplace από το μαγνητικό πεδίο προς τα πάνω, ώστε, σύμφωνα με τον κανόνα Lenz, η δύναμη αυτή να αντιτίθεται στην κίνησή της. Για το μέτρο της δύναμης Laplace ισχύει:

$$F_L = B\cdot I_{\varepsilon\pi.}\cdot l = \frac{B^2\cdot l^2}{R_1+R_2}\cdot\upsilon$$

Το μέτρο της δύναμης Laplace είναι ανάλογο με το μέτρο της ταχύτητας. Καθώς η ράβδος $K\Lambda$ ξεκινάει από την ηρεμία, αρχικά είναι μικρότερο από το μέτρο του βάρους και η ράβδος επιταχύνεται προς τα κάτω. Έτσι όμως αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητας και το μέτρο της δύναμης Laplace. Μειώνεται συνεχώς το μέτρο της συνισταμένης δύναμης και της επιτάχυνσης. Η ράβδος ΚΛ θα αποκτήσει τελικά σταθερή (οριακή) ταχύτητα, όταν μηδενιστεί η συνισταμένη δύναμη και επομένως η επιτάχυνσή της. Δηλαδή όταν:

$$F_L = m\cdot g,\quad \text{ή}\ \frac{B^2\cdot l^2}{R_1+R_2}\cdot\upsilon_{o\rho.} = m\cdot g$$

Οπότε τελικά: $\boldsymbol{\upsilon_{o\rho.}} = \frac{m\cdot g\cdot(R_1+R_2)}{B^2\cdot l^2} = \mathbf{9\,\frac{m}{s}}$

Μονάδες 7

4.3. Τη χρονική στιγμή κατά την οποία το μέτρο της ταχύτητας της ράβδου είναι το μισό της τελικής ταχύτητάς της, δηλαδή $\upsilon = \frac{\upsilon_{o\rho.}}{2} = 4{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, η ηλεκτρεγερτική δύναμη στο κύκλωμα είναι $E_{\varepsilon\pi.} = B\cdot\upsilon\cdot l = 9\ V$ και η ένταση του επαγωγικού ρεύματος $I_{\varepsilon\pi.} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1+R_2} = 1\ \mathrm{A}$.

Το μέτρο της δύναμης Laplace που δέχεται τότε η ράβδος ΚΛ είναι $F_L = B\cdot I_{\varepsilon\pi}\cdot l = 2\ \mathrm{N}$ και το μέτρο της επιτάχυνσής της:

$$\boldsymbol{a} = \frac{\sum F}{m} = \frac{m\cdot g - F_L}{m} = \mathbf{5\ \frac{m}{s^2}}$$

Μονάδες 6

4.4. Το σημείο K είναι ισοδυναμικό του Δ, αφού μεταξύ τους δεν μεσολαβεί αντίσταση. Το ίδιο ισχύει για τα σημεία Λ και Z. Μπορούμε λοιπόν να υπολογίσουμε την ζητούμενο λόγο ως εξής:

Αρχικά η αντίσταση R_1 διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης $I_1 = I - I_2 = 1\ \mathrm{A}$, με φορά από το Z προς το Δ. Τελικά η αντίσταση R_1 διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης $I_{\varepsilon\pi.} = \frac{B\cdot\upsilon_{o\rho.}\cdot l}{R_1+R_2} = 2\ \mathrm{A}$, με φορά από Δ προς το Z. Έτσι ισχύει:

$$\frac{(V_\Lambda - V_K)_{\alpha\rho\chi.}}{(V_\Lambda - V_K)_{\tau\varepsilon\lambda.}} = \frac{(V_Z - V_\Delta)_{\alpha\rho\chi.}}{(V_Z - V_\Delta)_{\tau\varepsilon\lambda.}} = \frac{I_1\cdot R_1}{-I_{\varepsilon\pi.}\cdot R_1} = -\frac{1}{2}$$

Μονάδες 6

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Ο παραπάνω τρόπος είναι προτιμότερος επειδή οδηγεί σε απλούστερους υπολογισμούς. Αν, αντίθετα, εργαστούμε αποκλειστικά με τα σημεία Κ και Λ, θα πρέπει να λάβουμε υπόψη μας ότι στο δεύτερο κύκλωμα, η ράβδος ΚΛ λειτουργεί σαν πηγή με στοιχεία $E = E_{\varepsilon\pi}$ και $r = R_2$. Συνεπώς η διαφορά

$(V_Λ - V_K)_{τελ.}$ **δεν** ισούται (απολύτως) με την ΗΕΔ από επαγωγή, αλλά με την πολική διαφορά δυναμικού της ισοδύναμης πηγής:

Δηλαδή:

$$\frac{(V_Λ - V_K)_{αρχ.}}{(V_Λ - V_K)_{τελ.}} = \frac{I_2 \cdot R_2}{-(B \cdot υ_{ορ} \cdot l - I_{επ} \cdot R_2)} = \frac{2 \cdot 3}{-(2 \cdot 9 \cdot 1 - 2 \cdot 3)} = -\frac{1}{2}$$