ΘΕΜΑ 4

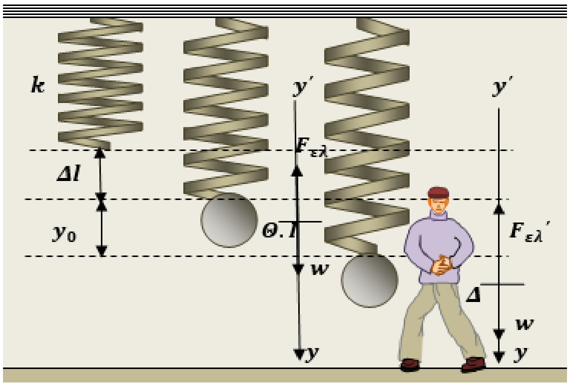
4.1. Καθώς το σύστημα αρχικά ισορροπεί (Θ.Ι), το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί κατά Δl σε σχέση με το φυσικό του μήκος, η σφαίρα δέχεται το βάρος της και τη δύναμη του ελατηρίου και ισχύει:

$$(\sum F)_{\Theta.I} = 0 \text{ ή } m \cdot g = k \cdot \Delta l \qquad (1)$$

Κατεβάζουμε αργά και κατακόρυφα προς τα κάτω τη σφαίρα κατά $y_0 = 0{,}2 \text{ m}$ από τη θέση ισορροπίας της και από τη θέση αυτή την αφήνουμε ελεύθερη τη στιγμή $t_0 = 0$.

Τη στιγμή ακριβώς που η σφαίρα αφήνεται ελεύθερη να κινηθεί ισχύει:

$$(\sum F)_{\Delta} = m \cdot g - k \cdot (\Delta l + y_0) \qquad (2)$$



Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (1) και (2), προκύπτει:

$$(\sum F)_{\Delta} = -k \cdot y_0 \qquad (3)$$

Αυτή όμως είναι η ικανή και αναγκαία συνθήκη της απλής αρμονικής ταλάντωσης. Άρα η σφαίρα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση από τη στιγμή που την αφήσαμε ελεύθερη και εφόσον μπορούμε να αγνοήσουμε τις αντιστάσεις του αέρα πάνω της.

Η σταθερά επαναφοράς της απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι η σταθερά του ελατηρίου, όπως προκύπτει από σχέση (3), οπότε η περίοδος της ταλάντωσης είναι:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}2}{20}} \text{ s} = 0{,}2 \cdot \pi \text{ s}$$

Επειδή τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αφήσαμε τη σφαίρα ελεύθερη να κινηθεί χωρίς αρχική ταχύτητα, η θέση αυτή αποτελεί ακραία θέση ταλάντωσης, οπότε το πλάτος A της ταλάντωσης είναι:

$$\boldsymbol{A = y_0 = 0{,}2 \text{ m}}$$

Η ενέργεια ταλάντωσης είναι:

$$\boldsymbol{E_{\tau\alpha\lambda}} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 0{,}04 \text{ J} = \boldsymbol{0{,}4 \text{ J}}$$

Μονάδες 6

4.2. Εφαρμόζουμε την εξίσωση της εκθετικής μείωσης του πλάτους για το χρονικό διάστημα από τη στιγμή $t_0 = 0$ που αφήσαμε τη σφαίρα ελεύθερη να κινηθεί, μέχρι τη στιγμή $t = 14$ s, κατά την οποία το πλάτος έγινε ίσο με το μισό του αρχικού:

$$\frac{A_0}{2} = A_0 \cdot e^{-\Lambda \cdot t}, \text{ ή } \quad e^{-\Lambda \cdot t} = \frac{1}{2} \quad , \quad \text{ή } \quad \Lambda = \frac{ln2}{t} \cong \frac{0{,}7}{14} \text{ s}^{-1} = 0{,}05 \text{ s}^{-1}$$

Έτσι προκύπτει: $\frac{b}{2 \cdot m} = 0{,}05\ \mathrm{s}^{-1}$, ή $\boldsymbol{b} = 2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}05\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-1} = \mathbf{0{,}02\ kg \cdot s^{-1}}$

Μονάδες 6

4.3. Αν μπορούσαμε να θεωρήσουμε κβαντικό τον ταλαντωτή, τότε το κβάντο ενέργειας, δηλαδή η διαφορά ενέργειας δύο διαδοχικών επιτρεπόμενων καταστάσεων για αυτόν, θα ήταν:

$$\boldsymbol{E_{\kappa\beta.}} = h \cdot f = \frac{h}{T} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}}{0{,}2 \cdot \pi\ \mathrm{s}} = \mathbf{10^{-33}\ J}$$

Μονάδες 6

4.4. Στο χρονικό διάστημα από τη στιγμή $t_0 = 0$ που αφήσαμε τη σφαίρα ελεύθερη να κινηθεί, μέχρι τη στιγμή $t = 14\ \mathrm{s}$, κατά την οποία το πλάτος έγινε ίσο με το μισό του αρχικού, ο ταλαντωτής έχει χάσει ενέργεια:

$$\Delta E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A_0^2 - \frac{1}{2} \cdot k \cdot \left(\frac{A_0}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot \left(A_0^2 - \frac{A_0^2}{4}\right) = \frac{3 \cdot k}{8} \cdot A_0^2 = \frac{3}{8} \cdot 20 \cdot 0{,}04\ \mathrm{J} = 0{,}3\ \mathrm{J}$$

Το πλήθος των κβάντων ενέργειας που θα είχαν αποβληθεί, για αυτή την απώλεια ενέργειας, αν θεωρούσαμε τον ταλαντωτή κβαντικό, προκύπτει:

$$\Delta E = n \cdot E_{\kappa\beta.}\ ,\ \ \acute{\alpha}\rho\alpha\ \ \boldsymbol{n} = \frac{\Delta E}{E_{\kappa\beta.}} = \frac{0{,}3}{10^{-33}} = \mathbf{3 \cdot 10^{32}\ \text{κβάντα}}$$

Προφανώς, πρόκειται για ένα τεράστιο πλήθος κβάντων, σε μια τόσο μικρή διαφορά ενέργειας. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να θεωρήσουμε συνεχή την απώλεια ενέργεια του συστήματος και όχι κβαντισμένη. Δεν μπορεί να εφαρμοστεί η κβαντική θεωρία στον μακρόκοσμο.

Μονάδες 7