ΛΥΣΗ

α) Επειδή η είναι συνεχής στο ισχύει .

Για κοντά στο θέτουμε , με .

Είναι .

Άρα .

**β τρόπος**

Είναι .

β) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση του ερωτήματος (α) έχουμε:

Άρα η είναι παραγωγίσιμη στο με .



**β τρόπος**

, άρα .

γ) , .

1. Η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης στο σημείο είναι η . Έχουμε και επειδή οι συναρτήσεις , (με ) είναι παραγωγίσιμες στο προκύπτει ότι και η είναι παραγωγίσιμη στο .

Έτσι έχουμε . Άρα η ζητούμενη εξίσωση εφαπτομένης γίνεται .

**β τρόπος** (για τον υπολογισμό της παραγώγου της στο ) Είναι άρα .

1. Υποθέτουμε ότι η συνάρτηση είναι κυρτή. Τότε, η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της στο βρίσκεται "κάτω" από τη γραφική της παράσταση, με εξαίρεση το σημείο επαφής τους . Άρα για κάθε ισχύει , με την ισότητα να ισχύει μόνο στο . Αυτό όμως είναι άτοπο αφού η ισότητα ισχύει και για και έτσι έπεται το ζητούμενο.