

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοια, ώστε:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{f(x)}{\eta\mu x} \right) = 0.$$

α) Να αποδείξετε ότι $f(0) = 0$.

(Μονάδες 08)

β) Να αποδείξετε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = 0$ με $f'(0) = 0$.

(Μονάδες 08)

γ) Θεωρούμε τη συνάρτηση $g(x) = f(x) \cdot \eta\mu x$, $x \in \mathbb{R}$.

i. Να προσδιορίσετε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης g , στο σημείο $(0, g(0))$.

(Μονάδες 04)

ii. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση g δεν είναι κυρτή.

(Μονάδες 05)