ΛΥΣΗ

α) Έχουμε ισοδύναμα:

$|\alpha-2|<1$, δηλαδή

$-1<\alpha-2<1$, οπότε

$-1+2<\alpha<1+2$ και τελικά

$1<\alpha<3$.

β) Έχουμε ισοδύναμα:

$|\beta-3|\leq 2$, δηλαδή

$-2\leq\beta-3\leq 2$, οπότε

$3-2\leq\beta\leq 3+2$ και τελικά

$1\leq\beta\leq 5$.

γ) Θα βρούμε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκεται η παράσταση $2\alpha-3\beta=2\alpha+(-3\beta)$.

Από τα ερωτήματα α) και β) έχουμε:

$1<\alpha<3$, οπότε πολλαπλασιάζοντας τα μέλη της ανίσωσης με 2 έχουμε:

$2<2\alpha<6$ (1)

και $1\leq\beta\leq 5$, οπότε πολλαπλασιάζοντας τα μέλη της ανίσωσης με -3 έχουμε:

$-3\cdot 1\geq -3\beta\geq -3\cdot 5$ και ισοδύναμα

$-15\leq -3\beta\leq -3$ (2).

Προσθέτουμε τις (1) και (2) κατά μέλη, οπότε:

$-13<2\alpha+(-3\beta)<3$, δηλαδή $-13<2\alpha-3\beta<3$

δ) Θα βρούμε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκεται η παράσταση $\frac{\alpha}{\beta}=\alpha\cdot\frac{1}{\beta}$.

Από τα ερωτήματα α) και β) έχουμε:

$1<\alpha<3$ (3)

και $1\leq\beta\leq 5$, οπότε ισοδύναμα $\frac{1}{1}\geq\frac{1}{\beta}\geq\frac{1}{5}$, δηλαδή

$\frac{1}{5}\leq\frac{1}{\beta}\leq 1$ (4).

Πολλαπλασιάζουμε τις (3) και (4) κατά μέλη, οπότε: $1\cdot\frac{1}{5}<\alpha\cdot\frac{1}{\beta}<3\cdot 1$, δηλαδή $\frac{1}{5}<\frac{\alpha}{\beta}<3$.