

ΛΥΣΗ

α) Έχουμε ισοδύναμα:

$$|x-4| < 2, \text{ δηλαδή}$$

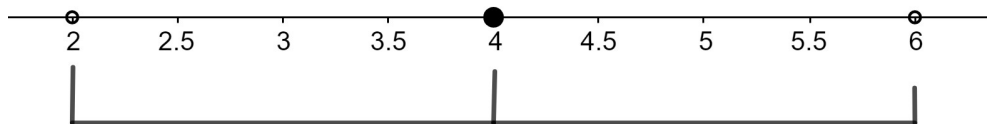
$$-2 < x-4 < 2, \text{ οπότε}$$

$$4-2 < x < 2+4 \text{ και τελικά}$$

$$2 < x < 6.$$

Άρα  $x \in (2,6)$ .

β) Πάνω στο άξονα των πραγματικών αριθμών η απόσταση του  $x$  από το 4 είναι μικρότερη από 2, δηλαδή



Άρα  $2 < x < 6$ .

i. Έχουμε  $2 < x < 6$ , οπότε

$$2 \cdot 3 < 3x < 6 \cdot 3, \text{ δηλαδή}$$

$$6 < 3x < 18, \text{ οπότε}$$

$$6-4 < 3x-4 < 18-4 \text{ και τελικά}$$

$$2 < 3x-4 < 14$$

και συνεπώς  $3x-4 > 0$ .

ii. Θα δείξουμε ότι  $2 < d(3x, 4) < 14$ .

Ισχύει ότι  $d(3x, 4) = |3x-4| \stackrel{(i)}{=} 3x-4$ . Από το βi) ερώτημα  $2 < 3x-4 < 14$ , οπότε

$$2 < d(3x, 4) < 14.$$

iii. Η απόσταση του  $3x$  από το 19 συμβολίζεται  $d(3x, 19) = |3x-19|$ .

Από το βi) ερώτημα έχουμε  $2 < 3x-4 < 14$  οπότε αφαιρούμε από τα μέλη της ανίσωσης 15 και έχουμε:

$$-13 < 3x-19 < -1, \text{ δηλαδή } 3x-19 < 0. \text{ Οπότε } d(3x, 19) = |3x-19| = -3x+19.$$

Έχουμε  $-13 < 3x-19 < -1$ , δηλαδή

$$13 > -3x+19 > 1 \text{ οπότε } 1 < d(3x, 19) < 13.$$