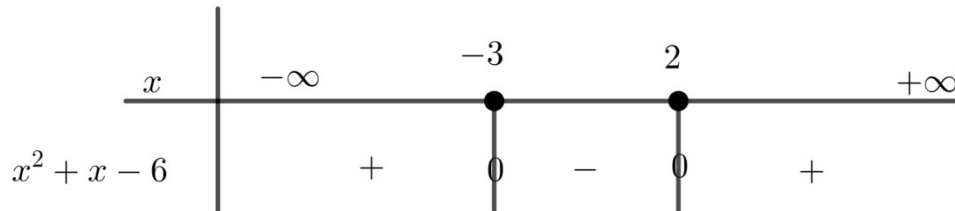


ΛΥΣΗ

α) Το τριώνυμο $x^2 + x - 6$ έχει διακρίνουσα $\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25 > 0$. Το άθροισμα των ριζών του είναι $S = \frac{-1}{1} = -1$ και το γινόμενό τους είναι $P = \frac{-6}{1} = -6$, οπότε οι ρίζες είναι $x_1 = -3$ και $x_2 = 2$. Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:



Οπότε η ανίσωση $x^2 + x - 6 < 0$ αληθεύει για $x \in (-3, 2)$.

β) Έχουμε ισοδύναμα:

$$\left| x - \frac{1}{2} \right| > 1, \text{ δηλαδή}$$

$$x - \frac{1}{2} < -1 \text{ ή } x - \frac{1}{2} > 1 \text{ και τελικά}$$

$$x < -\frac{1}{2} \text{ ή } x > \frac{3}{2}.$$

γ)

i. Ο αριθμός α ικανοποιεί τη σχέση $\left| \alpha - \frac{1}{2} \right| > 1$, οπότε από το β) ερώτημα $\alpha < -\frac{1}{2}$

(απορρίπτονται οι τιμές αυτές γιατί $\alpha > 0$, ως πλευρά) ή $\alpha > \frac{3}{2}$ (1).

Για το εμβαδόν E του ορθογωνίου ισχύει $E < 6 \Leftrightarrow \alpha \cdot (\alpha + 1) < 6 \Leftrightarrow \alpha^2 + \alpha - 6 < 0$. Από

το α) ερώτημα και επειδή $\alpha > 0$, η ανίσωση αληθεύει για $\alpha \in (0, 2)$ (2).

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει $\frac{3}{2} < \alpha < 2$.

ii. Η περίμετρος του ορθογωνίου είναι $\Pi = 2\alpha + 2(\alpha + 1) = 4\alpha + 2$.

Έχουμε $\frac{3}{2} < \alpha < 2 \stackrel{(+4)}{\Leftrightarrow} 6 < 4\alpha < 8 \stackrel{(+2)}{\Leftrightarrow} 8 < \Pi < 10$. Άρα η περίμετρος του ορθογωνίου

κυμαίνεται μεταξύ των αριθμών 8 και 10.