

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η γεωμετρική πρόοδος  $(\alpha_\nu)$  με λόγο  $\lambda$  για την οποία ισχύουν:

$$\alpha_3 = 4, \alpha_5 = 16 \text{ και } \lambda > 0.$$

α) Να βρείτε τον πρώτο όρο  $\alpha_1$  και τον λόγο  $\lambda$  της προόδου.

(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι η ακολουθία  $(\beta_\nu)$ , με  $\beta_\nu = \frac{1}{\alpha_\nu}$ ,  $\nu = 1, 2, 3, \dots$  είναι επίσης γεωμετρική

πρόοδος με λόγο τον αντίστροφο του λόγου της  $(\alpha_\nu)$ .

(Μονάδες 9)

γ) Αν  $S_{10}$  είναι το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της  $(\alpha_\nu)$  και  $S'_{10}$  το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της  $(\beta_\nu)$  αντίστοιχα, να δείξετε ότι ισχύει η σχέση:

$$S'_{10} = \frac{1}{2^9} S_{10}.$$

(Μονάδες 8)