

ΘΕΜΑ 4

α) Να λύσετε τις εξισώσεις

$$3x^2 - 14x + 8 = 0 \quad (1)$$

και

$$8x^2 - 14x + 3 = 0 \quad (2)$$

(Μονάδες 10)

β) Ένας μαθητής παρατήρησε ότι οι ρίζες της εξίσωσης (2) είναι οι αντίστροφοι των ριζών της εξίσωσης (1) και ισχυρίστηκε ότι το ίδιο θα ισχύει για οποιοδήποτε ζευγάρι εξισώσεων της μορφής:

$$ax^2 + bx + \gamma = 0 \quad (3) \quad \text{και} \quad \gamma x^2 + bx + a = 0 \quad (4),$$

με  $a \cdot \gamma \neq 0$ .

Να αποδείξετε τον ισχυρισμό του μαθητή, δείχνοντας ότι:

Αν ο αριθμός  $\rho$  είναι ρίζα της εξίσωσης (3) και  $a \cdot \gamma \neq 0$ , τότε

i.  $\rho \neq 0$ .

(Μονάδες 5)

ii.  $\frac{1}{\rho}$  είναι ρίζα της εξίσωσης (4).

(Μονάδες 10)