

ΛΥΣΗ

α) Αφού $(\alpha - 1)(1 - \beta) > 0$, οι $(\alpha - 1)$ και $(1 - \beta)$ είναι ομόσημοι, οπότε:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha - 1 > 0 \\ \text{και} \\ 1 - \beta > 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} \alpha > 1 \\ \text{και} \\ \beta < 1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \beta < 1 < \alpha$$

ή

$$\left. \begin{array}{l} \alpha - 1 < 0 \\ \text{και} \\ 1 - \beta < 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} \alpha < 1 \\ \text{και} \\ \beta > 1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \alpha < 1 < \beta$$

Σε κάθε περίπτωση το 1 είναι μεταξύ των α και β .

β) Διακρίνουμε δυο περιπτώσεις:

i. Αν $\beta < 1 < \alpha$, τότε:

$$0 < \alpha - 1 \Rightarrow |\alpha - 1| = \alpha - 1,$$

$$0 < 1 - \beta \Rightarrow |1 - \beta| = 1 - \beta \text{ και}$$

$$\beta - \alpha < 0 \Rightarrow |\beta - \alpha| = \alpha - \beta \text{ άρα,}$$

$$|\beta - \alpha| = 4 \Leftrightarrow \alpha - \beta = 4.$$

$$\text{Οπότε: } K = |\alpha - 1| + |1 - \beta| = \alpha - 1 + 1 - \beta = \alpha - \beta = 4.$$

ii. Αν $\alpha < 1 < \beta$, τότε:

$$\alpha - 1 < 0 \Rightarrow |\alpha - 1| = 1 - \alpha,$$

$$1 - \beta < 0 \Rightarrow |1 - \beta| = \beta - 1 \text{ και}$$

$$\beta - \alpha > 0 \Rightarrow |\beta - \alpha| = \beta - \alpha \text{ άρα,}$$

$$|\beta - \alpha| = 4 \Leftrightarrow \beta - \alpha = 4.$$

$$\text{Οπότε: } K = |\alpha - 1| + |1 - \beta| = 1 - \alpha + \beta - 1 = \beta - \alpha = 4.$$