

ΘΕΜΑ 4

α) Θεωρούμε την εξίσωση $x^2 + 2x + 3 = \alpha$, με παράμετρο $\alpha \in \mathbb{R}$.

- i. Να βρείτε για ποιες τιμές του α η εξίσωση $x^2 + 2x + 3 = \alpha$ έχει δύο πραγματικές και άνισες ρίζες.

(Μονάδες 6)

- ii. Να βρείτε την τιμή του α ώστε η εξίσωση να έχει μια διπλή ρίζα, την οποία και να προσδιορίσετε.

(Μονάδες 6)

β) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + 2x + 3$, $x \in \mathbb{R}$.

- i. Να αποδείξετε ότι $f(x) \geq 2$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 7)

- ii. Να λύσετε την ανίσωση $\sqrt{f(x)} - 2 \leq 2$.

(Μονάδες 6)