ΛΥΣΗ

α) Είναι $f(x)=e^x \overset{x=0}{\Rightarrow} f(0)=1$, δηλαδή το σημείο $\mathrm{A}(0,1)$ ανήκει στην C_f .

Ακόμα $f'(x)=e^x \overset{x=0}{\Rightarrow} f'(0)=1$.

Αντικαθιστώντας στον τύπο $y-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)$ παίρνουμε $y-1=1(x-0) \Leftrightarrow y=x+1$, που είναι η εξίσωση της ζητούμενης εφαπτομένης.

β) Το σημείο $\mathrm{B}(1,2)$ ανήκει στην γραφική παράσταση της g, αφού $g(1)=2$. Για να είναι η ευθεία $y=x+1$ εφαπτόμενη της C_g αρκεί να δείξω ότι $g'(1)=1$.

Έχουμε $g'(x)=\left(x^2-x+2\right)'=2x-1$, οπότε $g'(1)=2\cdot 1-1=1$.

Άρα η ευθεία $y=x+1$ εφάπτεται της C_g με σημείο επαφής το $\mathrm{B}(1,2)$.

γ) Η γραφική παράσταση C_f είναι γνωστή από την Β΄ Λυκείου και της $y=x+1$ είναι ευθεία που τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο με τετμημένη -1 και τον άξονα $y'y$ στο σημείο $\mathrm{A}(0,1)$ που είναι σημείο επαφής με την C_f, καθώς επίσης εφάπτεται της C_g στο σημείο της $\mathrm{B}(1,2)$.

Τα παραπάνω αποτυπώνονται στο παρακάτω σχήμα.