

ΛΥΣΗ

α) Το τριώνυμο έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4 \cdot 1 \cdot \beta^2 = -3\beta^2$$

β)

i. Για  $\beta \neq 0$  ισχύει ότι:

$$\Delta = -3\beta^2 < 0.$$

Επειδή ο συντελεστής του  $x^2$  είναι  $1 > 0$ , το τριώνυμο είναι θετικό για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

ii. Για  $\beta = 0$  είναι  $\Delta = 0$ , οπότε το τριώνυμο είναι θετικό για κάθε  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ , αφού για  $x = 0$  μηδενίζεται.

γ) Το τριώνυμο  $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$  προκύπτει από το αρχικό τριώνυμο για  $x = \alpha$ . Διακρίνουμε τις περιπτώσεις:

Περίπτωση 1<sup>η</sup>

Αν  $\beta \neq 0$  τότε από το (βi) συμπεραίνουμε ότι:

$$\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 > 0.$$

Περίπτωση 2<sup>η</sup>

Αν  $\beta = 0$  (οπότε  $\alpha \neq 0$ ), από το (βii) συμπεραίνουμε ότι:

$$\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 > 0.$$