ΛΥΣΗ

α) Το τριώνυμο $x^2 - 2x - 8$ έχει $\alpha = 1$, $\beta = -2$, $\gamma = -8$ και διακρίνουσα

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 4 + 32 = 36 > 0.$$

Οι ρίζες του τριωνύμου είναι οι:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} \dfrac{2+6}{2} = 4 \\ \dfrac{2-6}{2} = -2 \end{cases}$$

Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

x	$-\infty$	-2		4		$+\infty$
$x^2 - 2x - 8$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Από τον πίνακα προσήμων συμπεραίνουμε ότι:

$$x^2 - 2x - 8 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 4 \Leftrightarrow x \in (-2,4)$$

και

$$x^2 - 2x - 8 > 0 \Leftrightarrow (x < -2 \text{ ή } x > 4) \Leftrightarrow x \in (-\infty, -2) \cup (4, +\infty).$$

β) Για να βρούμε το πρόσημο της παράστασης $\kappa^2 - 2\kappa - 8$ πρέπει να γνωρίζουμε σε ποιο από τα διαστήματα του ερωτήματος α) ανήκει ο $\kappa = -\frac{8889}{4444}$. Συγκρίνουμε τον κ με το -2:

$$\kappa - (-2) = -\frac{8889}{4444} + 2 = -\frac{8889}{4444} + \frac{8888}{4444} = -\frac{1}{4444} < 0.$$

Άρα, $\kappa - (-2) < 0 \Leftrightarrow \kappa < -2$. Οπότε, από τον πίνακα του ερωτήματος α) συμπεραίνουμε ότι $\kappa^2 - 2\kappa - 8 > 0$.

γ) Η δοθείσα παράσταση γράφεται:

$$\mu^2 - 2|\mu| - 8 = |\mu|^2 - 2|\mu| - 8.$$

Επομένως προκύπτει από το αρχικό τριώνυμο για $x = |\mu|$.

Επίσης έχουμε ότι:

$$-4 < \mu < 4 \Leftrightarrow |\mu| < 4 \Leftrightarrow 0 \leq |\mu| < 4.$$

Από τον πίνακα προσήμων του ερωτήματος α) διαπιστώνουμε ότι για $0 \leq |\mu| < 4$ είναι:

$$|\mu|^2 - 2|\mu| - 8 < 0.$$