ΛΥΣΗ

α) i. Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο πεδίο ορισμού της και ισχύει:

Το πρόσημο της φαίνεται στον επόμενο πίνακα.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Από τον παραπάνω πίνακα συμπεραίνουμε ότι η f,

* είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα και γνησίως αύξουσα στο
* παρουσιάζει ολικό ελάχιστο για , το .

ii. H είναι παραγωγίσιμη με

Το πρόσημο της φαίνεται στον επόμενο πίνακα.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Από τον παραπάνω πίνακα συμπεραίνουμε ότι η f,

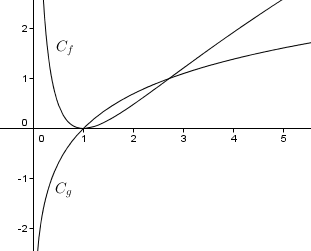
* είναι κυρτή στο διάστημα και κοίλη στο
* παρουσιάζει καμπή για . Το σημείο καμπής είναι το .

β) Είναι:

και

, , δηλαδή

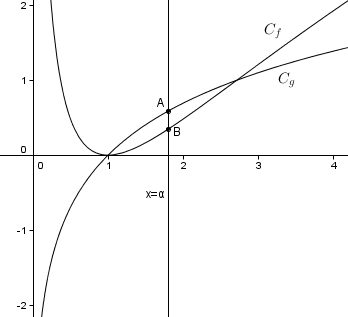
οπότε η έχει κατακόρυφη ασύμπτωτη την , ενώ δεν έχει οριζόντια ή πλάγια ασύμπτωτη στο . Η γραφική παράσταση της f στο ίδιο σύστημα με εκείνη της g φαίνονται στο σχήμα που ακολουθεί.



γ) i. Είναι:

Επομένως τα κοινά σημεία των είναι τα και .

ii. Στο διάστημα ισχύει , οπότε το μήκος του τμήματος ΑΒ είναι



Θεωρούμε τη συνάρτηση . Η συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη με

και ισχύει

οπότε η d είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα και γνησίως φθίνουσα στο . Επομένως η συνάρτηση d παίρνει την μέγιστη τιμή της, δηλαδή το μήκος του τμήματος ΑΒ γίνεται μέγιστο, όταν .