

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \ln^2 x$  και  $g(x) = \ln x$  με κοινό πεδίο ορισμού το  $(0, +\infty)$ .

α) Να μελετήσετε την  $f$

i. ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

(Μονάδες 4)

ii. ως προς την κυρτότητα και τα σημεία καμπής.

(Μονάδες 4)

β) Να βρείτε, αν υπάρχουν, τις ασύμπτωτές της  $C_f$  και να σχεδιάσετε τις  $C_f, C_g$  στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων.

(Μονάδες 8)

γ) i. Να βρείτε τα κοινά σημεία των  $C_f, C_g$ .

(Μονάδες 4)

ii. Η ευθεία  $x = \alpha$ ,  $1 < \alpha < e$  τέμνει τις  $C_f, C_g$  στα σημεία  $A, B$ . Να βρείτε για ποια τιμή του  $\alpha$  το μήκος του τμήματος  $AB$  γίνεται μέγιστο.

(Μονάδες 5)