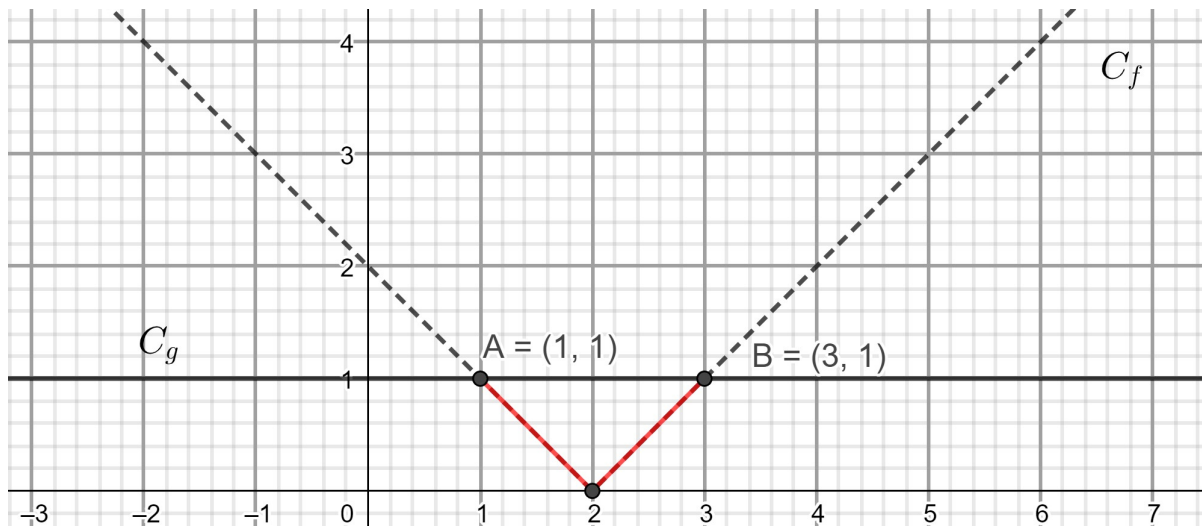


ΛΥΣΗ

α) Από το σχήμα βλέπουμε ότι:

i. τα σημεία τομής των  $C_f$  και  $C_g$  είναι τα  $A(1,1)$  και  $B(3,1)$ .

ii. η  $C_f$  είναι κάτω από την  $C_g$  για  $x \in (1,3)$ .



β)

i. Οι τετμημένες των σημείων τομής των  $C_f$  και  $C_g$  είναι οι λύσεις της εξίσωσης

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow |x-2| = 1.$$

Έχουμε ισοδύναμα:

$$|x-2| = 1, \text{ δηλαδή}$$

$$x-2 = -1 \text{ ή } x-2 = 1 \text{ και τελικά}$$

$$x = 1 \text{ ή } x = 3.$$

Έχουμε επίσης  $f(1) = |1-2| = 1 = g(1)$  και  $f(3) = |3-2| = 1 = g(3)$ , οπότε τα κοινά σημεία των δυο γραφικών παραστάσεων είναι τα  $A(1,1)$  και  $B(3,1)$ .

ii. Οι τιμές του  $x \in \mathbb{R}$  για τις οποίες η  $C_f$  είναι κάτω από την  $C_g$  είναι λύσεις της ανίσωσης  $f(x) < g(x) \Leftrightarrow |x-2| < 1$ .

Έχουμε ισοδύναμα:

$$|x-2| < 1 \Leftrightarrow -1 < x-2 < 1 \Leftrightarrow 2-1 < x < 2+1 \Leftrightarrow 1 < x < 3, \text{ δηλαδή η } C_f \text{ είναι κάτω από}$$

την  $C_g$  για  $x \in (1,3)$ .

γ) Η παράσταση  $A$  ορίζεται στους πραγματικούς αριθμούς αν και μόνο αν:

$$\begin{cases} 1 - f(x) \geq 0 \\ \text{και} \\ f(x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq 1 \\ \text{και} \\ f(x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x-2| \leq 1 \\ \text{και} \\ |x-2| \neq 0 \end{cases} \stackrel{(\beta ii)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ \text{και} \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Τελικά, η παράσταση  $A$  ορίζεται στους πραγματικούς αριθμούς για  $x \in [1, 2) \cup (2, 3]$ .