

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln x$ και το σημείο $A(0,2)$. Αν $K(x, \ln x)$ με $x > 0$ τυχαίο σημείο της C_f και $M(x_0, \ln x_0)$ με $x_0 > 0$ το σημείο εκείνο της C_f που απέχει την ελάχιστη απόσταση από το σημείο A , να αποδείξετε ότι:

α) η απόσταση AK συναρτήσει του $x > 0$ είναι $d(x) = \sqrt{x^2 + \ln^2 x - 4 \ln x + 4}$.

(Μονάδες 5)

β) $x_0^2 + \ln x_0 - 2 = 0$.

(Μονάδες 7)

γ) η εφαπτομένη της C_f στο M

i. είναι κάθετη στην AM .

(Μονάδες 6)

ii. τέμνει τον άξονα xx' στο σημείο $(x_0^3 - x_0, 0)$.

(Μονάδες 7)