

ΛΥΣΗ

α) Έχουμε:

$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \lambda = 4 - 4\lambda > 0$, αφού $\lambda < 1 \stackrel{(-4)}{\Leftrightarrow} -4\lambda > -4 \stackrel{(+4)}{\Leftrightarrow} 4 - 4\lambda > 0$. Άρα η εξίσωση έχει δύο ρίζες x_1, x_2 διαφορετικές μεταξύ τους.

β) Έχουμε: $x_1 + x_2 = S = \frac{-\beta}{\alpha} = \frac{-(-2)}{1} = 2$.

γ)

i. Έχουμε $|x_1 - 2| = |x_2 + 2|$, οπότε

$x_1 - 2 = x_2 + 2$ ή $x_1 - 2 = -x_2 - 2$, δηλαδή

$x_1 - x_2 = 4$ ή $x_1 + x_2 = 0$, που απορρίπτεται λόγω β) ερωτήματος.

Άρα $x_1 - x_2 = 4$.

ii. Από τα ερωτήματα β) και γ) έχουμε $x_1 + x_2 = 2$ και $x_1 - x_2 = 4$. Άρα:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases} \stackrel{(+)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} 2x_1 = 6 \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{cases}.$$

Το γινόμενο των ριζών είναι $P = \frac{\gamma}{\alpha} = \lambda$, οπότε $\lambda = x_1 x_2 = -3$.