

ΛΥΣΗ

α) Οι αριθμοί:  $x^2 + 5$ ,  $x^2 + x$ ,  $2x + 4$ , με τη σειρά που δίνονται, είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, οπότε ισχύει η σχέση:  $2(x^2 + x) = (2x + 4) + (x^2 + 5)$ .

Έχουμε ισοδύναμα:

$$2x^2 + 2x = x^2 + 2x + 9, \text{ δηλαδή}$$

$$x^2 = 9 \text{ και τελικά}$$

$$x = 3 \text{ ή } x = -3$$

β)

i. Αν ο αριθμός  $x^2 + 5$  είναι ο 4<sup>ος</sup> όρος της προόδου, τότε ο  $x^2 + x$  θα είναι ο 5<sup>ος</sup> όρος της. Άρα για  $x = 3$ ,  $\alpha_4 = 3^2 + 5 = 14$  και  $\alpha_5 = 3^2 + 3 = 12$ . Οπότε  $\omega = \alpha_5 - \alpha_4 = 12 - 14 = -2$

ii. Ισχύει  $\alpha_4 = \alpha_1 + 3\omega$ , δηλαδή  $14 = \alpha_1 + 3 \cdot (-2)$ , οπότε  $\alpha_1 = 20$ .

iii. Το ζητούμενο άθροισμα είναι:

$$\begin{aligned} S &= \alpha_{15} + \alpha_{16} + \alpha_{17} + \dots + \alpha_{24} = (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{24}) - (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{14}) = \\ &= S_{24} - S_{14} = \frac{24}{2} \cdot [2 \cdot 20 + 23 \cdot (-2)] - \frac{14}{2} \cdot [2 \cdot 20 + 13 \cdot (-2)] = \\ &12 \cdot (40 - 46) - 7 \cdot (40 - 26) = -170. \end{aligned}$$