

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2x + \eta\mu x$  για κάθε  $x \in \mathfrak{R}$ .

α) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  αντιστρέφεται.

(Μονάδες 5)

β)

i. Να βρείτε την εξίσωση εφαπτομένης της  $C_f$  στο σημείο της  $A\left(\frac{\pi}{2}, \pi + 1\right)$ .

(Μονάδες 7)

ii. Να δείξετε ότι η ευθεία  $y = 2x + 1$  εφάπτεται της  $C_f$  σε άπειρα σημεία.

(Μονάδες 6)

γ) Να δείξετε ότι:

i.  $|f'(x)| \leq 3$  για κάθε  $x \in \mathfrak{R}$ .

(Μονάδες 3)

ii.  $|f(\beta) - f(\alpha)| \leq 3|\beta - \alpha|$ .

(Μονάδες 4)