

ΛΥΣΗ

α) Έχουμε $\left(\int_7^9 f(x)dx\right)^2 = 16 \Leftrightarrow \int_7^9 f(x)dx = 4$ ή $\int_7^9 f(x)dx = -4$. Η συνεχής συνάρτηση f είναι μη αρνητική στο διάστημα $[7,9]$ και δεν είναι παντού μηδέν στο διάστημα αυτό, άρα $\int_7^9 f(x)dx > 0$. Συνεπώς $\int_7^9 f(x)dx = 4$.

β) Το ζητούμενο εμβαδό είναι ίσο με: $\frac{4}{3} + e^2 - 5 + 1 + \int_7^9 f(x)dx = \frac{4}{3} + e^2 - 4 + 4 = \frac{3e^2 + 4}{3}$ τ.μ.

γ) Γνωρίζουμε ότι το $\int_1^9 f(x)dx$ είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των χωρίων που βρίσκονται πάνω από τον άξονα $x'x$ μείον το άθροισμα των εμβαδών των χωρίων που βρίσκονται κάτω από τον άξονα $x'x$.

Άρα

$$\int_1^9 f(x)dx = \left(\frac{4}{3} + 4\right) - (e^2 - 5 + 1) = \frac{28}{3} - e^2.$$