

ΛΥΣΗ

α) Το σύνολο των τεταγμένων των σημείων της $C_{f'}$ είναι το σύνολο τιμών f' . Από τη γραφική παράσταση της f' προκύπτει ότι $f'([-1,1]) = [1,2]$. Άρα για κάθε $x \in [-1,1]$ ισχύει $1 \leq f'(x) \leq 2$.

β) Για κάθε $x \in (-1,1)$ είναι $f'(x) \geq 1 \Rightarrow f'(x) > 0$ και επειδή η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[-1,1]$ (ως παραγωγίσιμη) έπεται ότι είναι γνησίως αύξουσα.

γ) Η συνεχής συνάρτηση f :

- είναι κυρτή στο διάστημα $[-1,0]$ αφού η f' είναι γνησίως αύξουσα στο $(-1,0)$,
- είναι κοίλη στο $[0,1]$ αφού η f' είναι γνησίως φθίνουσα στο $(0,1)$ και
- έχει σημείο καμπής το Γ .