

ΛΥΣΗ

α) Στην πρώτη περίπτωση το πλήθος των μαθητών είναι $x(x-1)$ ενώ στη δεύτερη $(x+3)(x-3) - 1$. Άρα πρέπει:

$$x(x-1) = (x+3)(x-3) - 1$$

ή ισοδύναμα

$$x^2 - x = x^2 - 3^2 - 1$$

οπότε

$$-x = -9 - 1 \Leftrightarrow -x = -10 \Leftrightarrow x = 10.$$

β) Θέτουμε στον τύπο $x(x-1)$ που δίνει το πλήθος των μαθητών όπου $x = 10$ και βρίσκουμε:

$$10(10-1) = 10 \cdot 9 = 90.$$

Άρα, οι μαθητές της Α τάξης είναι 90.

γ) Το πλήθος των μαθητών στις v ομάδες εργασίας είναι όροι αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο $a_1 = 2$, διαφορά $\omega = 2$ και άθροισμα $S_v = 90$. Οπότε, από τον τύπο

$$S_v = \frac{v}{2} [2a_1 + (v-1)\omega]$$

έχουμε ότι:

$$90 = \frac{v}{2} [2 \cdot 2 + (v-1)2] \Leftrightarrow$$

$$90 = \frac{v}{2} (4 + 2v - 2) \Leftrightarrow$$

$$90 = 2v + v^2 - v \Leftrightarrow$$

$$v^2 + v - 90 = 0.$$

Η τελευταία εξίσωση είναι δευτέρου βαθμού ως προς v με $\alpha = 1$, $\beta = 1$, και $\gamma = -90$. Η διακρίνουσα είναι

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-90) = 1 + 360 = 361 > 0$$

και έχει ρίζες τις:

$$v_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-1 \pm \sqrt{361}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 19}{2} = \begin{cases} \frac{-1+19}{2} = 9 \\ \frac{-1-19}{2} = -10 \end{cases}.$$

Η τιμή $v = -10$ απορρίπτεται διότι $v \in \mathbb{N}$. Άρα θα δημιουργηθούν $v = 9$ ομάδες εργασίας.