ΛΥΣΗ

α)

Από υπόθεση έχουμε: $F^{'}(x)=f(x)=4x^{3}-2x=2x(2x^{2}-1)$, για κάθε $x\in R$.

Οι ρίζες της $f$ είναι οι $x=0, x=- \frac{\sqrt{2}}{2}, x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ και το πρόσημό της δίνεται στον παρακάτω πίνακα, από τον οποίο προσδιορίζουμε τα διαστήματα μονοτονίας και τα τοπικά ακρότατα της $F$.

|  |  |
| --- | --- |
| $$x$$ | $-\infty $ $- \frac{\sqrt{2}}{2}$ $0$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ $+\infty $ |
| $F^{'}$=$f$ |  $-$ $0$ $+$ $0$ $-$ $0$ $+$ |
| $$F$$ |  |

 Τ.Ε. Τ.Μ. Τ.Ε.

β) Από τις γραφικές παραστάσεις παρατηρούμε ότι η καμπύλη $C\_{3}$ παρουσιάζει την μονοτονία και τα ακρότατα της $F$, σύμφωνα με τον πίνακα μεταβολών του ερωτήματος (α), επομένως η $C\_{3}$ είναι η γραφική παράσταση της $F$ και η $C\_{1}$ είναι η γραφική παράσταση της $f ​΄$.

γ) Η παράγωγος $f ​΄$ της $f$ έχει τύπο $f ​΄(x)=12x^{2}-2$, για κάθε $x\in R$.

Για την $F$ έχουμε: $F΄(x)=f(x)=4x^{3}-2x=(x^{4}-x^{2})΄$ επομένως υπάρχει $c\in R$ τέτοιο ώστε $F(x)=x^{4}-x^{2}+c$, $x\in R$.

Το σημείο $Ο(0,0)$ ανήκει στην γραφική παράσταση $C\_{3}$ της $F$ επομένως $F(0)=0  ⇒  c=0$.

Τελικά $F(x)=x^{4}-x^{2}$, $x\in R$.