ΛΥΣΗ

α)

i. Το τριώνυμο $x^2+9x+18$ έχει $\alpha=1$, $\beta=9$, $\gamma=18$ και διακρίνουσα:

$$\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma=9^2-4\cdot1\cdot18=81-72=9>0.$$

Οι ρίζες του τριωνύμου είναι οι:

$$x_{1,2}=\frac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}=\frac{-9\pm\sqrt{9}}{2\cdot1}=\begin{cases}\dfrac{-9+3}{2}=-3\\ \dfrac{-9-3}{2}=-6\end{cases}.$$

ii. Επειδή $|x+3|\geq0$ και $|x^2+9x+18|\geq0$, ισοδύναμα βρίσκουμε:

$$|x+3|=0 \text{ και } |x^2+9x+18|=0 \Leftrightarrow$$

$$x+3=0 \text{ και } x^2+9x+18=0 \overset{(\alpha i)}{\Longleftrightarrow}$$

$$x=-3 \text{ και } \{x=-3 \text{ ή } x=-6\}.$$

Άρα, τελικά $x=-3$.

β)

i. Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

x	$-\infty$	-6		-3		$+\infty$
$x^2+9x+18$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Από τον πίνακα προσήμων συμπεραίνουμε ότι:

$$x^2+9x+18<0 \Leftrightarrow x\in(-6,-3)$$

και

$$x^2+9x+18>0 \Leftrightarrow x\in(-\infty,-6)\cup(-3,+\infty).$$

ii. Η εξίσωση γράφεται:

$$|x^2+9x+18|=-(x^2+9x+18),$$

που ισχύει αν και μόνο αν:

$$x^2+9x-18\leq0.$$

Άρα, από το ερώτημα (βi) συμπεραίνουμε ότι $x\in[-6,-3]$.